COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 9 DÉCEMBRE 1844.

PRÉSIDENCE DE M. CHARLES DUPIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CHIMIE. — *Mémoire sur l'acide lactique; par* M. J. PELOUZE.

« Le Mémoire que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie peut être considéré comme faisant suite au travail sur l'acide lactique que M. J. Gay-Lussac et moi lui avons soumis en 1833. Depuis cette époque, l'histoire de l'acide lactique s'est enrichie sans doute de plusieurs observations importantes, mais les travaux dont il a été l'objet ont été presque exclusivement dirigés vers son état naturel et les moyens de le produire artificiellement. L'étude de ses propriétés chimiques a été au contraire très-négligée, et ce que l'on en sait est loin d'être au niveau de nos connaissances sur un grand nombre de matières organiques sans contredit beaucoup moins dignes d'intérêt. Cependant l'acide lactique est une des substances les plus répandues dans l'économie animale et dans les végétaux, où il semble remplir quelquefois un rôle important. Il existe naturellement dans le lait, et se forme en abondance pendant l'acescence spontanée de ce fluide. MM. Bernard et Barreswil viennent de constater son existence dans le suc gastrique.

» Il résulte de quelques observations encore inédites de M. Gobley, qu'il se trouve aussi à l'état de liberté dans le jaune d'œuf.

» On le rencontre dans tous les sucs végétaux dont la fermentation spiritueuse n'a pas suivi une marche régulière, dans les farines avariées et fermentées de toutes les céréales, dans la jusée des tanneurs, dans l'eau sure des amidonniers; il se forme en abondance lorsqu'un sucre, à quelque classe qu'il appartienne, est mis en contact, à une température de 20 à 30 degrés, avec un carbonate alcalin et terreux et un ferment, particulièrement avec la matière caséeuse du lait.

» La fermentation butyrique qui suit immédiatement la fermentation lactique des sucres, des gommes et de l'amidon, est venue encore accroître l'intérêt que mérite l'acide lactique sous le double point de vue de la chimie et de la physiologie.

» L'acide lactique est un liquide incolore, soluble en toutes proportions dans l'eau et l'alcool, d'une saveur franchement acide, presque insupportable tant elle est forte et mordicante. Sa composition, qui est très-simple, a été déterminée à la même époque (1833), par MM. Mitscherlich et Liebig, d'une part, et d'une autre part, par M. J. Gay-Lussac et moi. Il a pour formule

$$C^6H^6O^6 = C^6H^5O^5, HO;$$

ces nombres expriment un équivalent d'acide monohydraté

$$(C = 75; H = 12,5; O = 100).$$

» L'action de la chaleur sur l'acide lactique est fort remarquable.

» A une température voisine de 130 degrés, mais qu'on peut élever davantage sans inconvénient, cet acide laisse distiller un liquide incolore, qui n'est autre chose que de l'eau tenant en dissolution une petite quantité d'acide lactique même. Après un laps de temps très-long, lorsqu'il ne se dégage plus d'eau, l'opération est terminée; le résidu a pris une teinte jaune peu prononcée; il est devenu solide, facilement fusible, d'une amertume excessive, presque insoluble dans l'eau, très-soluble au contraire dans l'alcool et l'éther. Au reste, il ne se dégage aucune trace de gaz quelconque dans cette réaction, qui consiste en une simple déshydratation de l'acide lactique.

» La composition et les propriétés du résidu solide dont je viens de parler ne permettent aucun doute sur sa véritable nature. C'est de l'acide lactique anhydre, tel qu'il existe dans les lactates mêmes. En effet, il est formé de 6 équivalents de carbone, de 5 équivalents d'hydrogène et de 5 équivalents d'oxygène. Une ébullition prolongée avec l'eau, ou une longue exposition dans ce liquide froid ou dans un air humide, le convertissent en acide lactique ordinaire. Cette transformation est, pour ainsi dire, instan-

tanée sous l'influence des bases solubles, et sous ce rapport mes expériences ont été très-nombreuses. Le lait de chaux donne, avec l'acide lactique insoluble, le sel ordinaire avec ses 6 équivalents d'eau. J'en ai déterminé la capacité de saturation et extrait l'acide monohydraté. Il faut donc ajouter l'acide lactique au nombre assez restreint des acides qui perdent par la chaleur leur eau saline, c'est-à-dire cette proportion d'eau qu'ils échangent contre des bases en formant des sels. J'avais déjà, il y a douze ans, signalé cette propriété dans les acides maléique et paramaléique, et plus tard je l'avais retrouvée, avec M. Liebig, dans l'acide œnanthique.

» La déshydratation de l'acide lactique s'effectue, toutefois, avec beaucoup plus de lenteur que celle des acides précédents, et c'est pour cela, sans doute, qu'elle nous avait échappé. J'ajouterai encore que ce phénomène se manifeste à une température que l'on emploie presque toujours, sans hésiter, pour dessécher la plupart des matières organiques, et cette observation montre toute la circonspection avec laquelle il faut procéder dans ces sortes d'expériences.

» L'acide lactique anhydre, soumis à l'action du gaz ammoniac sec, en absorbe 1 équivalent, et forme une combinaison particulière ($C^6H^5O^5, H^3Az$) dans laquelle l'ammoniaque n'a pas cessé d'être sensible aux réactifs qu'on emploie ordinairement pour en déceler la présence.

» J'ai constaté que l'acide œnanthique anhydre forme aussi un composé de même ordre, composé qu'il est peut-être permis d'assimiler aux sels amidés.

» L'acide lactique, ou plus exactement l'acide anhydre dont je viens de parler, résiste à l'action de la chaleur jusque vers 250 degrés. A ce dernier terme, les gaz, qui jusque-là ne s'étaient pas montrés, commencent à se dégager. Ils consistent en oxyde de carbone mêlé seulement de 4 à 5 centièmes de son volume d'acide carbonique; la proportion de ce dernier gaz augmente peu à peu, et vers la fin de l'expérience, son volume atteint environ la moitié de celui de l'oxyde de carbone. Du reste, il ne paraît pas qu'il se forme aucun carbure d'hydrogène.

» Plusieurs substances volatiles se montrent en même temps que le gaz et vont se condenser dans le récipient. Je parlerai d'abord d'une belle matière cristallisable que nous avons décrite, M. J. Gay-Lussac et moi, sous le nom d'*acide lactique anhydre,* nom impropre que je propose de donner à la matière précédemment décrite, et qui présente en effet la composition de la matière organique des lactates les plus desséchés. Cette matière cristallisée, que j'appellerai désormais *lactide* (dénomination déjà proposée par M. Ger-

hardt), a joué un rôle important dans plusieurs discussions relatives à la constitution des acides organiques ; comme d'ailleurs elle est sans analogue en chimie, et qu'elle est fort curieuse à plusieurs égards, j'ai cru qu'il était bon de contrôler nos anciennes analyses et de vérifier de nouveau sa transformation en acide lactique ordinaire. Sous ce double rapport, j'ai constaté l'exactitude de nos anciennes expériences. La lactide a bien pour formule $C^6H^4O^4$, c'est de l'acide lactique moins 2 équivalents d'eau, et cette composition explique tout à la fois sa formation pendant la distillation sèche de cet acide, et sa métamorphose en acide lactique même, sous l'influence de l'eau ou des bases hydratées.

» Il existe donc deux matières neutres, $C^6H^5O^5$ et $C^6H^4O^4$, qui ne sont pas de l'acide lactique, mais qui en dérivent par la perte de 1 ou de 2 équivalents d'eau qu'éprouve cet acide lorsqu'on le distille, et qui sont susceptibles de le régénérer soit directement, soit indirectement, en absorbant précisément l'équivalent ou les 2 équivalents d'eau dont ils ont besoin pour cela.

» L'acide hydraté qui a été produit par l'action de l'eau ou de l'air humide sur la lactide est limpide, tout à fait incolore, et d'une pureté parfaite.

» La composition toute particulière de la lactide me faisait pressentir qu'elle pourrait bien, en agissant sur le gaz ammoniac, donner naissance à un corps de la série des amides, car ceux-ci ne sont, analytiquement parlant, que des sels ammoniacaux anhydres, dont on aurait soustrait les éléments d'un équivalent d'eau. Le résultat a répondu à mon attente.

» Quand on expose le corps $C^6H^4O^4$ à l'action du gaz ammoniac, on le voit se liquéfier peu à peu, et absorber ce gaz avec dégagement de chaleur. Il en résulte une nouvelle substance, dont la composition a été établie par l'analyse et la synthèse.

» La *lactamide* (c'est le nom que je propose de lui donner) est formée de 1 équivalent de lactide, $C^6H^4O^4$, et de 1 équivalent d'ammoniaque; mais cette ammoniaque s'y trouve à l'état latent, comme dans les corps de la série des amides. Les acides aqueux et les alcalis ne l'en dégagent qu'à chaud, et avec beaucoup de lenteur; elle se dissout dans l'eau sans y subir aucune altération, et ce n'est que sous une pression correspondant à une température supérieure à 100 degrés, qu'elle se transforme en véritable lactate d'ammoniaque. Le lait de chaux la décompose, en dégage peu à peu l'ammonique, et l'acide oxalique sépare du sel calcaire de l'acide lactique ordinaire.

» La lactamide ne paraît pas susceptible de se combiner avec les bases ni avec les acides; elle est sans action sur les réactifs colorés. L'alcool la dissout

en proportion considérable, et la laisse déposer par la concentration ou le refroidissement sous la forme de beaux cristaux d'une blancheur et d'une transparence parfaites et qui ont pour forme primitive un prisme droit rectangulaire.

» Indépendamment de la lactide dont je viens de rappeler l'existence dans les produits de la distillation de l'acide lactique, celui-ci donne encore, par sa décomposition, une autre substance, que je propose d'appeler *lactone*, parce qu'elle me paraît être à l'acide lactique ce que l'acétone est à l'acide acétique.

» On l'obtient pure en soumettant à une douce température les produits de la distillation de l'acide lactique. Lorsque la température a atteint environ 130 degrés, on arrête la distillation; on lave avec de petites quantités d'eau le liquide distillé; une partie se dissout dans cette eau, une autre vient nager à la surface; on l'enlève et on le met en contact pendant plusieurs jours avec du chlorure de calcium. On lui fait enfin subir une dernière distillation.

» La lactone qui provient de la décomposition de l'acide lactique est hydratée; elle a pour formule

$$C^{10}H^{8}O^{4}, HO.$$

Cela n'a rien d'étonnant, car elle se forme en présence d'une quantité d'eau considérable. Elle a pour ce liquide une affinité telle, qu'on peut la rectifier plusieurs fois de suite sur du chlorure de calcium, sans qu'elle s'y dessèche. J'ai déjà dit que pour l'obtenir anhydre, il fallait la laisser séjourner pendant plusieurs jours sur cette matière.

» La lactone anhydre se présente sous la forme d'un liquide incolore ou légèrement jaunâtre, dont la couleur se fonce peu à peu au contact de l'air. Elle a une saveur chaude et brûlante, une odeur aromatique particulière. Elle est plus légère que l'eau et s'y dissout en quantité très-sensible. Elle brûle avec facilité en produisant une belle flamme bleue, très-étendue et sans aucun dépôt de charbon. Elle entre en ébullition vers 92 degrés.

» La lactone anhydre a pour formule $C^{10}H^{8}O^{4}$, qui représente 2 équivalents d'acide lactique desquels on aurait enlevé 2 équivalents d'acide carbonique et 2 équivalents d'eau ($C^{12}H^{10}O^{10} = C^{10}H^{8}O^{4} + 2CO^{2} + 2HO$), ou 2 équivalents de lactide $2C^{6}H^{4}O^{4} = C^{12}H^{8}O^{8}$ dépouillée de 2 équivalents d'acide carbonique seulement. Sa formation pendant la distillation de l'acide lactique libre n'a rien d'extraordinaire; nous avons constaté, il y a longtemps, M. Liebig et moi, que l'acide acétique donnait de grandes

quantités d'acétone par la seule action de la chaleur, et c'est là un rapprochement de plus entre l'acétone et la lactone.

» Parmi les produits gazeux ou volatils de la distillation sèche de l'acide lactique, j'ai déjà signalé l'oxyde de carbone, l'acide carbonique, l'eau, une petite quantité d'acide lactique ordinaire, la lactide et la lactone. J'ajouterai qu'il se forme en outre un peu d'acétone et un liquide odorant insoluble dans l'eau, dont j'ignore encore la nature. La distillation, commencée vers 250 degrés, n'est complète qu'à 300; à ce dernier terme, il ne reste plus dans le vase distillatoire qu'un charbon d'une incinération difficile, dont le poids représente environ la $\frac{1}{20}$ partie de l'acide employé.

» Dans une expérience dont la durée a été de huit heures, 80 grammes d'acide lactique monohydraté ($C^6H^6O^6$), distillés à une température comprise entre 250 et 300 degrés, ont donné 48 grammes de substances liquides (1), 5,5 de charbon et 26,5 de gaz dans lequel l'oxyde de carbone entre pour la plus forte proportion.

» Une circonstance particulière, qu'il n'est peut-être pas inutile de mentionner, m'a permis de découvrir une propriété très-intéressante de l'acide lactique. Une certaine quantité de cet acide m'avait été donnée par M. Gélis, qui l'avait retiré du lactate de chaux provenant de la fermentation de la glucose en présence de la craie et du caséum. Cet acide se décomposait à une température moins élevée que l'acide produit dans des circonstances d'ailleurs semblables avec le sucre de lait, et, chose non moins étonnante pour moi, il donnait de l'oxyde de carbone entièrement dépouillé d'acide carbonique, car il ne formait pas le plus léger trouble dans l'eau de chaux, et ce n'était qu'après avoir laissé dégager des quantités considérables du premier de ces gaz, qu'il finissait par fournir aussi un peu d'acide carbonique.

» Je crus pendant longtemps à l'existence de deux acides lactiques, mais enfin je reconnus que cette différence dans les produits de l'action de la chaleur tenait à la présence d'une petite quantité d'acide sulfurique dans

(1) Ces produits liquides laissent déposer en se refroidissant des quantités variables de lactide. Lorsque celle-ci est mêlée avec les produits de la décomposition de l'acide lactique, elle semble s'acidifier à l'air humide beaucoup plus vite que lorsqu'elle est pure. Au bout de quelques jours, les liquides distillés traités par l'eau s'y dissolvent presqu'en totalité; il ne se précipite qu'une petite quantité de matière solide presque entièrement formée d'acide lactique anhydre. Le liquide filtré ne contient pour ainsi dire que de l'acide lactique ordinaire.

L'hydratation de la lactide est beaucoup plus facile que celle de l'acide lactique anhydre; cela explique pourquoi elle ne donne que de très-petites quantités de ce dernier corps.

l'acide préparé par M. Gélis. Ce chimiste avait obtenu l'échantillon d'acide dont je viens de parler en décomposant le lactate de chaux par un léger excès d'acide sulfurique, évaporant et reprenant le résidu par l'alcool pour le débarrasser du sulfate de chaux.

» Le fait une fois bien constaté, je pus reproduire constamment l'oxyde de carbone pur avec l'acide lactique et les lactates provenant d'une source quelconque.

» Mêle-t-on de l'acide lactique ou un lactate, par exemple celui de fer, avec cinq ou six fois son poids d'acide sulfurique concentré, et expose-t-on le mélange à une douce température, une vive effervescence ne tarde pas à se manifester dans la masse; elle est due à un dégagement abondant d'oxyde de carbone pur. Le mélange se colore en brun foncé; si on le traite par l'eau, lorsque le gaz a cessé de se dégager, il s'en sépare une matière noire qui se confond, quant à l'aspect, avec l'acide ulmique.

» La réaction est tellement nette et facile, que je n'hésite pas à la proposer comme un des meilleurs modes de préparation de l'oxyde de carbone.

» 6 grammes de lactate de fer cristallisé représentant 3,775 d'acide monohydraté donnent très-approximativement 1 litre d'oxyde de carbone. Cette proportion représente à peu près le tiers de l'acide lactique même. La matière noire dont j'ai parlé constitue environ un autre tiers, et, sans l'affirmer, je pense que l'eau est la troisième substance qui se forme par l'action de l'acide sulfurique sur l'acide lactique.

» Pour reconnaître si la formation de l'oxyde de carbone devait être attribuée à la décomposition par l'acide sulfurique d'une certaine quantité d'acide formique qui aurait pris naissance pendant le dédoublement de l'acide lactique, j'ai étendu l'acide sulfurique d'une proportion d'eau telle qu'il cessât de pouvoir agir sur l'acide formique; mais dans aucun cas je n'ai pu constater la présence de ce dernier corps.

» Il serait sans doute bien difficile de trouver une explication suffisante de ce singulier mode d'altération de l'acide lactique, mais le fait n'en est pas moins très-intéressant et très-digne de l'attention des chimistes.

Lactates.

» J'ai peu de choses à ajouter à l'histoire des lactates; nous l'avons présentée avec quelques détails, M. J. Gay-Lussac et moi, dans le Mémoire que j'ai déjà cité.

» Les lactates de fer, de magnésie et de zinc contiennent 3 équivalents d'eau

de cristallisation, sont peu solubles et sont sans doute isomorphes; toutefois, je n'oserais pas avancer d'une manière positive cette dernière assertion, parce que les cristaux que donnent ces trois sels sont très-petits, et qu'il est difficile d'en mesurer les angles.

» Le lactate de chaux contient 6 équivalents d'eau et il est peu soluble dans ce liquide, mais il se dissout en forte proportion dans l'alcool, d'où l'éther le sépare sous la forme d'un précipité blanc cristallin. La solution alcoolique de lactate de chaux est précipitée par l'acide phosphorique, tandis que, dans le sein de l'eau, l'acide lactique déplace, au contraire, l'acide phosphorique du phosphate de chaux.

» Le lactate d'ammoniaque est déliquescent et incristallisable.

» L'acide lactique forme, avec l'oxyde de cuivre, un beau sel bleu qui a pour forme primitive un prisme rectangulaire droit du troisième système.

» Ce sel cristallise avec facilité, il contient 2 équivalents d'eau qu'il perd à 120 degrés. Lorsqu'on le soumet à l'action de la chaleur, il laisse dégager un mélange d'oxyde de carbone et d'acide carbonique; le cuivre ne tarde pas à être réduit à l'état métallique, la matière contenue dans le vase distillatoire entre en fusion et se décompose en fournissant les produits mêmes de la distillation de l'acide lactique libre. Lorsque l'on met en contact avec l'eau le dernier tiers des produits distillés, il arrive quelquefois qu'ils se solidifient tout à coup et laissent déposer une matière qui n'est autre chose que la lactide.

» Cette lactide est très-soluble dans la lactone, et c'est à cette circonstance qu'il faut attribuer le peu de matière cristallisable que l'on obtient souvent parmi les produits de la distillation de l'acide lactique libre ou du lactate de cuivre.

» Le lactate de cuivre, préalablement privé de ses 2 équivalents d'eau de cristallisation, m'a donné, par la distillation sèche, 41 centièmes de substances liquides tenant en dissolution une grande quantité de lactide, 29,5 de cuivre métallique, 3,3 de charbon, et 26,2 de gaz (CO et CO^2).

» Le lactate de cuivre présente une particularité digne d'attention; il cristallise quelquefois en gros prismes d'un vert foncé qui ne diffèrent, ni par la forme ni par la composition, du sel bleu dont je viens de parler. Redissous dans l'eau, ces cristaux verts se changent en cristaux bleus, et les uns et les autres ont pour formule

$$CuO,\ C^6H^5O^5,\ 2HO.$$

» Le lactate de cuivre, traité par une lessive de potasse caustique en excès, donne lieu à une liqueur bleue foncée; avec la chaux, une partie de l'oxyde

de cuivre se précipite, une autre reste en dissolution, même en présence d'un excès considérable de cet oxyde. Dans des conditions semblables, l'acétate de cuivre est toujours entièrement précipité, et la liqueur dans laquelle s'est effectuée la réaction est parfaitement incolore. Ce caractère permet de distinguer nettement l'acide lactique de l'acide acétique dans les sécrétions où ces deux acides n'existent pas simultanément.

» L'acide tartrique qui empêche, comme les sucres et l'acide lactique, la précipitation de l'oxyde de cuivre par la potasse caustique, n'apporte aucun obstacle à la précipitation complète de ce même oxyde métallique par un lait de chaux. Il en est de même des acides paratartrique et citrique. Les sels de cuivre sont précipités complétement par l'hydrate de chaux, nonobstant la présence de ces acides. L'acide lactique et les sucres dont il dérive, sont les seuls corps, parmi ceux que je viens de citer, en présence desquels l'oxyde de cuivre n'est pas précipité ou n'est précipité qu'incomplétement par la chaux. Avec les autres, la précipitation est toujours complète. Je note ces circonstances, parce qu'elles permettent de distinguer l'acide lactique de quelques-uns des corps qui l'accompagnent quelquefois.

» Quand il s'agit d'une substance aussi importante que l'acide lactique, aucune observation, pourvu qu'elle soit précise, ne doit paraître dénuée d'intérêt; on conçoit, par exemple, combien doivent être utiles des propriétés de l'ordre de celles dont je viens de parler pour constater rigoureusement la présence de l'acide lactique dans une sécrétion comme le suc gastrique, où il n'existe qu'en proportion très-minime et mêlé à beaucoup de matériaux divers.

» J'ajouterai ici, sans crainte d'être contredit, qu'il est à regretter que les analyses si nombreuses qui ont été faites des organes et des sécrétions des animaux, n'aient pas toujours été précédées d'un examen plus approfondi des principes constituants mêmes de ces organes et de ces sécrétions. A une époque où l'on ne connaissait pas d'une manière suffisante les propriétés caractéristiques de l'acide lactique, l'existence de cet acide a été tour à tour signalée et combattue dans le suc gastrique. C'est en s'appuyant sur quelques-unes des expériences rapportées dans ce Mémoire et sur quelques autres qui leur sont propres, que MM. Bernard et Barreswil viennent de résoudre, d'une manière qui paraîtra définitive, la question si débattue de la véritable cause de l'acidité du suc gastrique. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Note sur l'application des nouvelles formules à l'astronomie; par* M. AUGUSTIN CAUCHY.

« Les nouvelles formules que j'ai données dans les précédents Mémoires peuvent être appliquées avec avantage, comme j'en ai déjà fait la remarque, à la recherche des inégalités que présentent les mouvements des planètes et des comètes elles-mêmes. Pour rendre cette application plus facile, il importe de décomposer en facteurs la fonction perturbatrice relative au système de deux planètes, et spécialement la partie de cette fonction qui est réciproquement proportionnelle à leur distance mutuelle. Cette décomposition sera l'objet de la présente Note, dans laquelle je montrerai d'ailleurs comment on peut déterminer, à l'aide de formules simples et d'un usage commode, les racines de l'équation qu'on obtient en égalant à zéro la distance mutuelle de deux planètes, considérée comme fonction de l'exponentielle qui a pour argument l'une des anomalies excentriques.

ANALYSE.

» Soient v la distance mutuelle de deux planètes m, m';

T, T' leurs anomalies moyennes;

et ψ, ψ' leurs anomalies excentriques.

Le calcul des inégalités périodiques produites dans le mouvement de la planète m par la planète m', et dans le mouvement de la planète m' par la planète m, exige le développement du rapport

$$\frac{1}{v}$$

suivant les puissances entières positives, nulles et négatives des exponentielles

$$e^{T\sqrt{-1}}, \quad e^{T'\sqrt{-1}}.$$

Si l'on nomme en particulier

$$A_{n'} \quad \text{et} \quad A_{n',-n},$$

les coefficients des exponentielles

$$e^{n'T'\sqrt{-1}} \quad \text{et} \quad e^{(n'T'-nT)\sqrt{-1}}$$

dans le développement dont il s'agit, on aura

$$(1) \qquad A_{n'} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{v} e^{-nT'\sqrt{-1}}\, dT',$$

et

$$(2) \qquad A_{n',-n} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} A_{n'}\, e^{nT\sqrt{-1}}\, dT.$$

Comme on a, d'ailleurs, en nommant ε, ε' les excentricités des deux orbites,

$$T = \psi - \varepsilon \sin T, \quad T' = \psi' - \varepsilon' \sin \psi',$$

les formules (1), (2) pourront être réduites aux suivantes

$$(3) \qquad A_{n'} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \frac{1 - \varepsilon' \cos\psi'}{v}\, e^{-n'T'\sqrt{-1}}\, d\psi',$$

$$(4) \qquad A_{n',-n} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} A_{n'}\,(1 - \varepsilon\cos\psi)\, e^{nT\sqrt{-1}}\, d\psi.$$

En vertu de la formule (4), $A_{n',-n}$ sera la valeur moyenne de la fonction de ψ représentée par le produit

$$(5) \qquad A_{n'}(1 - \varepsilon\cos\psi)\, e^{nT\sqrt{-1}}.$$

De plus, l'équation (3) peut être réduite à la formule

$$(6) \qquad A_{n'} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \frac{1 - \varepsilon'\cos\psi'}{v}\, e^{-n'\psi'\sqrt{-1}}\, e^{n'\varepsilon'\sin\psi'\sqrt{-1}}\, d\psi',$$

et, si l'on pose, pour abréger,

$$x = e^{\psi'\sqrt{-1}}, \quad \frac{n'\varepsilon'}{2} = c,$$

on aura

$$\cos\psi' = \frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{x}\right), \quad n'\varepsilon'\sin\psi'\sqrt{-1} = c\left(x - \frac{1}{x}\right).$$

Donc alors la formule (6) donnera

$$(7) \qquad A_{n'} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} x^{-n'}\, F(x)\, d\psi',$$

la valeur de $F(x)$ étant

$$(8)\qquad F(x) = \frac{1-\varepsilon'\left(x+\frac{1}{x}\right)}{v}\, e^{c\left(x-\frac{1}{x}\right)};$$

et l'on en conclura que $A_{n'}$ représente précisément le coefficient de x^n dans le développement de la fonction $F(x)$ suivant les puissances entières de x. Il est d'ailleurs important d'observer que, dans la formule (8), v désigne une fonction de l'angle ψ', par conséquent de la variable x, et même une fonction algébrique dont la forme irrationnelle se déterminera comme il suit.

» Ainsi que je l'ai remarqué dans la séance du 5 août dernier, la valeur générale de v^2 est de la forme

$$(9)\quad \left\{\begin{aligned} v^2 = \mathrm{h} + \mathrm{k}\cos(\psi-\psi'-\alpha) - \mathrm{b}\cos(\psi-\beta) - \mathrm{b}'\cos(\psi'-\beta') \\ + \mathrm{c}\cos(\psi+\psi'-\gamma) + \mathrm{i}\cos 2\psi + \mathrm{i}'\cos 2\psi', \end{aligned}\right.$$

h, k, b, b', c, i, i' désignant des constantes positives, et α, β, β', γ des angles constants. Il y a plus, si l'on pose

$$\mathrm{H} = \mathrm{h} - \mathrm{b}\cos(\psi-\beta),$$
$$\mathrm{K}\cos\omega = \mathrm{k}\cos(\psi-\alpha) + \mathrm{c}\cos(\psi-\gamma) - \mathrm{b}'\cos\beta',$$
$$\mathrm{K}\sin\omega = \mathrm{k}\sin(\psi-\alpha) - \mathrm{c}\sin(\psi-\gamma) - \mathrm{b}'\sin\beta',$$

la formule (9) deviendra

$$(10)\qquad v^2 = \mathrm{K} + \mathrm{H}\cos(\psi'-\omega) + \mathrm{i}'\cos 2\psi',$$

ou, ce qui revient au même,

$$v^2 = \mathrm{K} + \tfrac{1}{2}\mathrm{H}\left(xe^{-\omega\sqrt{-1}} + \frac{1}{x}e^{\omega\sqrt{-1}}\right) + \tfrac{1}{2}\mathrm{i}'\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right).$$

Si maintenant on pose, pour abréger,

$$\frac{\mathrm{K}}{2\mathrm{i}'} = \mathrm{p}, \qquad \frac{\mathrm{H}}{3\mathrm{i}'} = \mathrm{q},$$

on aura simplement

$$(11)\qquad v^2 = \tfrac{1}{2}\mathrm{i}'\left[x^2 + \frac{1}{x^2} + 2\mathrm{p}\left(x\,e^{-\omega\sqrt{-1}} + \frac{1}{x}\,e^{\omega\sqrt{-1}}\right) + 6\mathrm{q}\right],$$

et par suite l'équation

$$\upsilon^2 = 0$$

pourra être réduite à la suivante,

$$(12)\qquad x^2 + \frac{1}{x^2} + 2p\left(xe^{-\omega\sqrt{-1}} + \frac{1}{x}e^{\omega\sqrt{-1}}\right) + 6q = 0,$$

ou, ce qui revient au même, à la suivante,

$$(13)\qquad x^4 + 2px^3e^{-\omega\sqrt{-1}} + 6qx^2 + 2pxe^{\omega\sqrt{-1}} + 1 = 0.$$

» Soit

$$x = \alpha e^{\varphi\sqrt{-1}}$$

une racine de l'équation (12) ou (13), l'arc φ étant réel aussi bien que le module α; on aura identiquement

$$\alpha^2 e^{2\varphi\sqrt{-1}} + \alpha^{-2}e^{-2\varphi\sqrt{-1}} + 2p\left[\alpha e^{(\varphi-\omega)\sqrt{-1}} + \alpha^{-1}e^{-(\varphi-\omega)\sqrt{-1}}\right] + 6q = 0;$$

et comme cette dernière formule ne sera point altérée quand on remplacera α par $\frac{1}{\alpha}$, il est clair qu'on vérifiera encore l'équation (12) ou (13) en prenant

$$x = \frac{1}{\alpha}e^{\varphi\sqrt{-1}}.$$

Donc les quatre racines de l'équation (13) se correspondront deux à deux, de manière à offrir, avec un même argument, deux modules inverses l'un de l'autre; donc ces quatre racines seront de la forme

$$\alpha e^{\varphi\sqrt{-1}},\quad \frac{1}{\alpha}e^{\varphi\sqrt{-1}},\quad \beta e^{\chi\sqrt{-1}},\quad \frac{1}{\beta}e^{\chi\sqrt{-1}},$$

α, β désignant des quantités positives, et φ, χ des arcs réels. Donc la formule (11) donnera

$$(14)\quad \upsilon^2 = \frac{i'}{2x^2}\left(x - \alpha e^{\varphi\sqrt{-1}}\right)\left(x - \frac{1}{\alpha}e^{\varphi\sqrt{-1}}\right)\left(x - \beta e^{\chi\sqrt{-1}}\right)\left(x - \frac{1}{\beta}e^{\chi\sqrt{-1}}\right),$$

et si l'on fait, pour abréger,

$$\mathcal{K}^2 = \frac{2\mathfrak{a}\mathfrak{b}}{\mathfrak{i}'},$$

on aura simplement

(15) $$\iota^2 = \frac{\left(1-\mathfrak{a}xe^{-\varphi\sqrt{-1}}\right)\left(1-\mathfrak{a}x^{-1}e^{\varphi\sqrt{-1}}\right)\left(1-\mathfrak{b}xe^{\varphi\sqrt{-1}}\right)\left(1-\mathfrak{b}x^{-1}e^{-\varphi\sqrt{-1}}\right)}{\mathcal{K}^2}e^{(\varphi+\chi)\sqrt{-1}}.$$

De plus, comme, en ayant égard à la formule

$$x = e^{\psi'\sqrt{-1}},$$

on trouvera

$$\left(1-\mathfrak{a}xe^{\varphi\sqrt{-1}}\right)\left(1-\mathfrak{a}x^{-1}e^{\varphi\sqrt{-1}}\right) = 1-2\mathfrak{a}\cos(\psi'-\varphi)+\mathfrak{a}^2 > 0,$$

et

$$\left(1-\mathfrak{b}xe^{-\varphi\sqrt{-1}}\right)\left(1-\mathfrak{b}x^{-1}e^{-\varphi\sqrt{-1}}\right) = 1-2\mathfrak{b}\cos(\psi'+\varphi)+\mathfrak{b}^2 > 0,$$

il est clair que la fraction comprise dans le second membre de la formule (15) offre une valeur réelle et positive. Donc, puisque ι^2 est lui-même réel et positif, on aura nécessairement

$$e^{(\varphi+\chi)\sqrt{-1}} = 1,$$

et, par suite,

$$e^{\chi\sqrt{-1}} = e^{-\varphi\sqrt{-1}}.$$

» Donc les quatre racines de l'équation (13) seront de la forme

$$\mathfrak{a}e^{\varphi\sqrt{-1}},\quad \frac{1}{\mathfrak{a}}e^{\varphi\sqrt{-1}},\quad \mathfrak{b}e^{-\varphi\sqrt{-1}},\quad \frac{1}{\mathfrak{b}}e^{-\varphi\sqrt{-1}},$$

et l'équation (15) se réduira simplement à celle-ci :

(16) $$\iota^2 = \frac{\left(1-\mathfrak{a}xe^{-\varphi\sqrt{-1}}\right)\left(1-\mathfrak{a}x^{-1}e^{\varphi\sqrt{-1}}\right)\left(1-\mathfrak{b}xe^{\varphi\sqrt{-1}}\right)\left(1-\mathfrak{b}x^{-1}e^{-\varphi\sqrt{-1}}\right)}{\mathcal{K}^2}.$$

On aura donc, par suite,

(17) $$\frac{1}{\iota} = \mathcal{K}$$
$$\times\left(1-\mathfrak{a}xe^{-\varphi\sqrt{-1}}\right)^{-\frac{1}{2}}\left(1-\mathfrak{a}x^{-1}e^{\varphi\sqrt{-1}}\right)^{-\frac{1}{2}}\left(1-\mathfrak{b}xe^{\varphi\sqrt{-1}}\right)^{-\frac{1}{2}}\left(1-\mathfrak{b}x^{-1}e^{-\varphi\sqrt{-1}}\right)^{-\frac{1}{2}}.$$

Telle est la valeur de $\frac{1}{v}$ qui devra être substituée dans le second membre de la formule (8).

» On peut remarquer encore que, si l'on pose, pour abréger,

$$\eta' = \text{tang}\left(\tfrac{1}{2}\,\text{arc sin}\,\varepsilon'\right),$$

on aura

$$\tfrac{1}{2}\varepsilon' = \frac{2\eta'}{1+\eta'^2},$$

$$1 - \varepsilon'\cos\psi' = \frac{\varepsilon'}{2\eta'}\left(1 - 2\eta'\cos\psi' + \eta'^2\right),$$

et par suite

(18) $$1 - \varepsilon'\left(x + \frac{1}{x}\right) = \frac{\varepsilon'}{2\eta'}(1 - \eta' x)(1 - \eta' x^{-1}).$$

» Lorsqu'on veut appliquer les formules précédentes au calcul des inégalités que présentent les mouvements des astres, il importe d'évaluer en nombres les modules et les arguments des quatre racines imaginaires de l'équation (13). Soient

$$x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4$$

ces quatre racines, en sorte qu'on ait

$$x_1 = a e^{\varphi\sqrt{-1}},\quad x_2 = \frac{1}{a} e^{\varphi\sqrt{-1}},\quad x_3 = b e^{-\varphi\sqrt{-1}},\quad x_4 = \frac{1}{b} e^{-\varphi\sqrt{-1}}.$$

On pourrait, en ayant recours au procédé le plus généralement suivi, ramener la recherche des racines

$$x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4,$$

et par suite celle des quantités réelles

$$a,\ b,\ \varphi,$$

à la résolution de l'équation du troisième degré qui a pour racines les carrés des trois sommes

$$x_1 + x_2 - x_3 - x_4,\quad x_1 + x_3 - x_2 - x_4,\quad x_1 + x_4 - x_2 - x_3.$$

Mais il sera mieux encore de réduire la détermination des quantités

$$\mathfrak{a},\ \mathfrak{b},\ \varphi,$$

à la résolution de l'équation du troisième degré qui a pour racines les moitiés des trois sommes

$$x_1x_2 + x_3x_4,\quad x_1x_3 + x_2x_4,\quad x_1x_4 + x_2x_3,$$

attendu que ces trois sommes s'expriment très-simplement en fonction de $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{b}$, φ, à l'aide des formules

$$x_1x_2 + x_3x_4 = 2\cos 2\varphi,\quad x_1x_3 + x_2x_4 = \mathfrak{a}\mathfrak{b} + \frac{1}{\mathfrak{a}\mathfrak{b}},\quad x_1x_4 + x_2x_3 = \frac{\mathfrak{a}}{\mathfrak{b}} + \frac{\mathfrak{b}}{\mathfrak{a}}.$$

Désignons par

$$y_1,\quad y_2,\quad y_3$$

les moitiés de ces trois sommes, et par y l'une quelconque d'entre elles. On aura

$$(19)\qquad y_1 = \cos 2\varphi,\quad y_2 = \tfrac{1}{2}\left(\mathfrak{a}\mathfrak{b} + \frac{1}{\mathfrak{a}\mathfrak{b}}\right),\quad y_3 = \tfrac{1}{2}\left(\frac{\mathfrak{a}}{\mathfrak{b}} + \frac{\mathfrak{b}}{\mathfrak{a}}\right);$$

et l'équation du troisième degré

$$(y - y_1)(y - y_2)(y - y_3) = 0$$

se réduira, en vertu de la formule (13), à la suivante,

$$(20)\qquad y^3 - 2q\,y^2 + (p^2 - 1)\,y + 3q - p^2\cos 2\omega = 0,$$

De plus, si l'on pose dans cette dernière

$$y = z + q,$$

on en tirera

$$(21)\qquad z^3 - \mathfrak{P}z - \mathfrak{Q} = 0,$$

les valeurs de $\mathfrak{P}$, $\mathfrak{Q}$ étant déterminées par les formules

$$(22)\quad \mathfrak{P} = 3q^2 - (p-1)(p+1),\quad \mathfrak{Q} = 2q(q-1)(q+1) - p^2(q - \cos 2\omega),$$

ou, ce qui revient au même, par les formules

$$(23)\qquad \mathfrak{P} = 3q^2 - p^2 + 1, \quad \mathfrak{Q} = q(2q^2 - p^2) + p^2 \cos 2\omega - q.$$

» Il suit des formules (19) que les trois racines de l'équation (20) sont réelles. Donc, on pourra en dire autant des trois racines de l'équation (21), ce qui suppose que la valeur de $\mathfrak{P}$ reste positive. Or, dans cette supposition, l'on tire de l'équation (21),

$$(24)\qquad \mathfrak{z} = \mathfrak{R} \cos \vartheta,$$

les valeurs de $\mathfrak{R}$ et de ϑ étant déterminées par les formules

$$(25)\qquad \mathfrak{R} = 2\left(\frac{\mathfrak{P}}{3}\right)^{\frac{1}{2}}, \qquad \cos 3\vartheta = \frac{3\mathfrak{Q}}{\mathfrak{P}\mathfrak{R}}.$$

Par suite, si l'on pose, pour abréger,

$$\tau = \text{arc} \cos \frac{3\mathfrak{Q}}{\mathfrak{P}\mathfrak{R}},$$

en sorte que τ désigne un arc renfermé entre les limites $0, \pi$, les trois racines de l'équation en z seront

$$\mathfrak{R} \cos \frac{\tau}{3}, \qquad \mathfrak{R} \cos \frac{\tau + 2\pi}{3}, \qquad \mathfrak{R} \cos \frac{\tau - 2\pi}{3}.$$

et les trois racines de l'équation en y seront

$$(26)\qquad q + \mathfrak{R} \cos \frac{\tau}{3}, \qquad q + \mathfrak{R} \cos \frac{\tau + 2\pi}{3}, \qquad q + \mathfrak{R} \cos \frac{\tau - 2\pi}{3}.$$

De ces trois racines, la plus petite, abstraction faite du signe, restera inférieure à l'unité, et sera la valeur de

$$(27)\qquad y_1 = \cos 2\varphi.$$

Les deux autres racines, positives et supérieures à l'unité, seront les valeurs des demi-sommes

$$(28)\qquad y_2 = \frac{1}{2}\left(\mathfrak{a}\mathfrak{b} + \frac{1}{\mathfrak{a}\mathfrak{b}}\right), \qquad y_3 = \frac{1}{2}\left(\frac{\mathfrak{a}}{\mathfrak{b}} + \frac{\mathfrak{b}}{\mathfrak{a}}\right).$$

D'ailleurs, comme on l'a remarqué, les racines de l'équation (13), prises deux à deux, se correspondent de manière à offrir deux modules inverses l'un de l'autre, et dont l'un est nécessairement inférieur à l'unité. On peut donc, dans les calculs qui précèdent, supposer les modules $\mathfrak{a}$ et $\mathfrak{b}$ inférieurs à l'unité; et, si l'on désigne par $\mathfrak{a}$ le plus grand de ces deux modules, on aura

$$\mathfrak{b} < \mathfrak{a} < 1.$$

Dans cette hypothèse, y_2 sera la plus grande des deux valeurs de y qui surpassent l'unité. Ajoutons que l'on tirera des équations (28)

$$(29) \qquad \mathfrak{a}\mathfrak{b} = \operatorname{tang}\left(\tfrac{1}{2}\arcsin\frac{1}{y_2}\right), \qquad \frac{\mathfrak{b}}{\mathfrak{a}} = \operatorname{tang}\left(\tfrac{1}{2}\arcsin\frac{1}{y_3}\right),$$

et qu'après avoir ainsi déterminé les valeurs des quantités positives

$$\mathfrak{a}\mathfrak{b}, \quad \frac{\mathfrak{b}}{\mathfrak{a}},$$

il suffira, pour obtenir $\mathfrak{a}$ et $\mathfrak{b}$, d'extraire les racines carrées de leur rapport et de leur produit. Quant à l'angle φ, il ne se trouvera pas complétement déterminé par la formule (27), à laquelle il conviendra de substituer celle que nous allons maintenant établir.

» La valeur de ι^2, exprimée en fonction de x, doit rester la même, soit qu'on la déduise de la formule (11) ou de la formule (16); on doit donc avoir identiquement, quel que soit x,

$$\begin{aligned}&\frac{\mathrm{i}'}{2}\left[x^2 + \frac{1}{x^2} + 2\mathrm{p}\left(xe^{-\omega\sqrt{-1}} + \frac{1}{x}e^{\omega\sqrt{-1}}\right) + 6\mathrm{q}\right]\\ &= \mathfrak{K}^{-2}\left(1 - \mathfrak{a}xe^{-\varphi\sqrt{-1}}\right)\left(1 - \mathfrak{a}x^{-1}e^{\varphi\sqrt{-1}}\right)\left(1 - \mathfrak{b}xe^{\varphi\sqrt{-1}}\right)\left(1 - \mathfrak{b}x^{-1}e^{-\varphi\sqrt{-1}}\right).\end{aligned}$$

Si l'on remplace $\mathfrak{K}^{-2}$ par sa valeur $\dfrac{\mathrm{i}'}{2\mathfrak{a}\mathfrak{b}}$, et x par $e^{\psi'\sqrt{-1}}$, dans l'équation précédente, on en tirera

$$(30) \qquad \left\{\begin{aligned}&\cos 2\psi' + 2\mathrm{p}\cos(\psi' - \omega) + 3\mathrm{q}\\ &= \frac{[1 - 2\mathfrak{a}\cos(\psi' - \varphi) + \mathfrak{a}^2]\,[1 - 2\mathfrak{b}\cos(\psi' + \varphi) + \mathfrak{b}^2]}{2\mathfrak{a}\mathfrak{b}}.\end{aligned}\right.$$

De plus, si, dans l'équation (30) on remplace l'angle ψ' qui reste arbitraire

par $\psi' + \pi$, elle donnera

$$(31)\quad \cos 2\psi' - 2p\cos(\psi' - \omega) + 3q = \frac{[1 + 2a\cos(\psi' - \varphi) + a^2][1 + 2b\cos(\psi' + \varphi) + b^2]}{2ab}.$$

Enfin, si l'on combine par voie d'addition et de soustraction les formules (30) et (31), on en conclura

$$\cos 2\psi' + 3q = \frac{1}{2}\left(a + \frac{1}{a}\right)\left(b + \frac{1}{b}\right) + 2\cos(\psi' - \varphi)\cos(\psi' + \varphi),$$

ou, ce qui revient au même,

$$(32)\qquad 3q = \frac{1}{2}\left(a + \frac{1}{a}\right)\left(b + \frac{1}{b}\right) + \cos 2\varphi,$$

et

$$(33)\qquad 2p\cos(\psi' - \omega) = -\left(a + \frac{1}{a}\right)\cos(\psi' + \varphi) - \left(b + \frac{1}{b}\right)\cos(\psi' - \varphi).$$

L'équation (32) qui, comme la formule (27), fournit seulement la valeur de $\cos 2\varphi$, ne peut servir à déterminer complétement l'angle φ. Mais il n'en est pas de même de l'équation (33), et si dans cette dernière on pose successivement

$$\psi' = 0, \quad \psi' = \frac{\pi}{2},$$

on en tirera

$$(34)\qquad \cos\varphi = -\frac{2p\cos\omega}{a + \frac{1}{a} + b + \frac{1}{b}}, \quad \sin\varphi = -\frac{2p\sin\omega}{b + \frac{1}{b} - a - \frac{1}{a}}.$$

Or, il est clair que les formules (34) déterminent complétement la valeur de φ ou plutôt le point de la circonférence avec lequel coïncide l'extrémité de l'arc représenté par la lettre φ.

» Il est important d'observer que, si l'on nomme ε, ε' les excentricités des orbites des deux planètes m et m', les valeurs de i, i' seront

$$(35)\qquad i = \frac{\varepsilon^2}{2}, \quad i' = \frac{\varepsilon'^2}{2}.$$

Donc, si l'on désigne par m' une des anciennes planètes, la valeur de i' sera

généralement très-petite. Donc alors la valeur de v^2, déterminée par l'équation (10), se réduira sensiblement à

(36) $$v^2 = \mathrm{H} + \mathrm{K}\cos(\psi' - \omega).$$

Par suite, deux racines de l'équation (13), celles-là mêmes que nous avons représentées par les produits

$$ae^{\varphi\sqrt{-1}}, \quad \frac{1}{a}e^{\varphi\sqrt{-1}},$$

se réduiront sensiblement aux deux valeurs de

$$x = e^{\psi'\sqrt{-1}},$$

qui seront déterminées par la formule

(37) $$\mathrm{H} + \mathrm{K}\cos(\psi' - \omega) = 0,$$

c'est-à-dire aux deux racines de l'équation

(38) $$\mathrm{H} + \tfrac{1}{2}\mathrm{K}\left(xe^{\omega\sqrt{-1}} + \frac{1}{x}e^{-\omega\sqrt{-1}}\right) = 0.$$

D'ailleurs, si l'on pose, pour abréger,

$$\theta = \mathrm{tang}\left(\tfrac{1}{2}\,\mathrm{arc\,sin}\,\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{H}}\right),$$

les deux racines de l'équation (38) sont

(39) $$x = -\theta e^{\omega\sqrt{-1}}, \quad x = -\frac{1}{\theta}e^{\omega\sqrt{-1}}.$$

Donc, si l'on prend pour m' une des anciennes planètes, la racine de l'équation (13), représentée par le produit

$$a\,e^{\varphi\sqrt{-1}},$$

aura pour valeur approchée le produit

$$-\theta\,e^{\omega\sqrt{-1}} = \theta\,e^{(\pi+\omega)\sqrt{-1}}.$$

Alors aussi celle des racines de l'équation (13), que représente le produit

$$\mathfrak{b}\, e^{-\varphi\sqrt{-1}},$$

deviendra sensiblement nulle, en sorte que sa valeur approchée sera réduite à zéro. Ajoutons qu'en partant des valeurs approchées que nous venons d'obtenir pour les deux racines

$$\mathfrak{a}\, e^{\varphi\sqrt{-1}}, \quad \mathfrak{b}\, e^{-\varphi\sqrt{-1}},$$

on pourra les déterminer l'une et l'autre, très-facilement et avec une grande exactitude, en appliquant la méthode des approximations successives, donnée par Newton, à l'équation (13) présentée sous la forme

$$(40) \qquad x\left(x + \theta e^{\omega\sqrt{-1}}\right) + \mathrm{i}' \frac{\theta}{\mathrm{K}} \frac{1 + x^4}{1 + \theta x e^{-\omega\sqrt{-1}}} = 0. \text{ »}$$

GÉOMÉTRIE. — *Construction géométrique des amplitudes dans les fonctions elliptiques. — Propriétés nouvelles des sections coniques; par* M. CHASLES.

« Quand une fonction elliptique de première espèce est égale à la somme ou à la différence de deux fonctions de même espèce, il existe entre les amplitudes des trois fonctions la relation algébrique

$$(1) \qquad \cos\varphi \cos\varphi' \mp \sin\varphi \sin\varphi' \sqrt{1 - c^2 \sin^2 \mu} = \cos\mu,$$

qui sert à déterminer l'une des amplitudes en fonction des deux autres.

» Lagrange a construit géométriquement cette équation au moyen du triangle sphérique, et a fait voir que par une série de triangles sphériques, on opère aussi la *multiplication* des fonctions, c'est-à-dire qu'on détermine l'amplitude d'une fonction égale à un multiple d'une fonction donnée (*).

» M. Jacobi a donné, il y a quelques années, une construction beaucoup plus simple, pour ce dernier cas, de la multiplication des fonctions (**). Prenant à volonté un premier cercle, on en détermine un deuxième tel, que si l'on inscrit au premier une portion de polygone circonscrit au deuxième, le

---

(*) *Théorie des Fonctions analytiques;* page 85.

(**) *Journal de Mathématiques* de M. Crelle; t. III, p. 376-389, année 1828.

dernier sommet marque l'amplitude de la fonction égale à un multiple de la fonction donnée. Cette construction élégante a été reproduite et commentée par M. Legendre, dans le troisième supplément à son *Traité des Fonctions elliptiques* (mars 1832).

» Elle faisait désirer une construction analogue, pour l'addition et la soustraction des fonctions, et la représentation géométrique de l'équation des trois amplitudes.

» Toutefois, on ne possède encore, je crois, que la construction de Lagrange, par le triangle sphérique.

» Je me propose, dans ce Mémoire, de faire connaître divers autres modes de représentation, sur une figure, de l'équation des trois amplitudes, dont chacun offre un moyen facile de faire, sur les fonctions elliptiques de première espèce, les quatre opérations de l'addition, la soustraction, la multiplication, et la division par une puissance de 2.

» Ces constructions, très-diverses, comme on le verra, tirent leur origine des théorèmes sur les arcs d'une section conique, dont la différence est rectifiable, que j'ai eu l'honneur de communiquer, l'an dernier, à l'Académie (*). Ces théorèmes fournissent d'abord une première construction qui est l'application immédiate, aux amplitudes, des constructions relatives aux arcs eux-mêmes; et ensuite, au moyen de quelques propriétés des sections coniques, et du changement de module dans les fonctions elliptiques, on conclut de cette première solution diverses autres constructions, au nombre desquelles se trouve, individuellement, celle qui réalise la généralisation que pouvait faire désirer le beau théorème de M. Jacobi.

» Je n'ai parlé jusqu'ici que de la construction de l'équation des trois amplitudes, c'est-à-dire de l'expression géométrique, sur une figure, de la relation qui a lieu entre les amplitudes des trois fonctions $F(\varphi)$, $F(\varphi')$, $F(\mu)$, liées par l'équation

$$F(\mu) = F(\varphi) \pm F(\varphi').$$

» Mais dans le fait, les constructions que je donne ont quelque chose de plus général; elles se rapportent aux amplitudes de quatre fonctions liées entre elles par l'équation

$$F(\mu) \pm F(\mu') = F(\varphi) \pm F(\varphi').$$

(*) *Comptes rendus des séances de l'Académie*; t. XVII, p. 838-844; séance du 23 octobre 1843.

De sorte qu'elles font connaître immédiatement l'amplitude d'une fonction égale à la somme de deux fonctions données, moins une troisième; ce qui n'a pas lieu dans le triangle sphérique.

» Tous ces modes de construction s'appliquent à la multiplication des fonctions, et pour cet objet même, ils ont plus d'extension et de généralité que le théorème de M. Jacobi, parce qu'on peut multiplier immédiatement la *différence* de deux fonctions, aussi simplement qu'une seule fonction, et qu'on peut en outre exprimer le produit par la *différence* de deux fonctions, dont l'une est arbitraire : de sorte que c'est l'équation indéterminée

$$F(\mu) - F(\mu') = n\ [F(\alpha) - F(\alpha')]$$

que ces constructions servent à résoudre et dont elles donnent toutes les solutions.

» Les théorèmes sur lesquels reposent ces constructions sont autant de propriétés de certains systèmes de deux sections coniques, ou de deux cercles, qui s'expriment toutes par l'équation

$$\cos\varphi\cos\varphi' \pm \sin\varphi\sin\varphi'\sqrt{1 - c^2\sin^2\mu} = \cos\mu.$$

» Je conserve d'abord cette forme même de la relation entre les deux angles φ, φ', dans laquelle c est plus petit que l'unité, suivant l'usage adopté dans la théorie des fonctions elliptiques. Mais ensuite, laissant de côté cette condition, et n'ayant en vue que l'équation générale

$$(2) \qquad \cos\varphi\cos\varphi' + A\sin\varphi\sin\varphi' = B,$$

dans laquelle A et B sont deux constantes quelconques, je montre que les théorèmes déjà obtenus conduisent, à l'aide des moyens de transformation des figures, dont la Géométrie moderne est en possession, à une foule d'autres théorèmes différents, dont quelques-uns encore seraient susceptibles d'application au cas des fonctions elliptiques où le module est plus petit que l'unité.

» Si l'on considère que tant de résultats, dont chacun exigerait, en Géométrie analytique, une démonstration différente et parfois difficile, dérivent aisément d'un seul théorème primitif dont ils ne sont, en quelque sorte, que des transformations qui se font par le seul raisonnement, sans exiger ni calcul, ni figures, on verra, je crois, dans cette fécondité et cette facilité de dé-

monstration, un nouvel exemple des ressources que pourraient offrir les méthodes géométriques, si cette partie si importante des sciences mathématiques était plus cultivée.

» Ce Mémoire est divisé en quatre paragraphes.

» Dans le premier se trouve une construction des amplitudes, par la considération des arcs d'ellipse.

» Dans le deuxième sont les divers théorèmes qui forment l'expression géométrique de l'équation des trois amplitudes.

» Dans le troisième je donne un exemple de l'usage de ces théorèmes pour l'addition, la soustraction, la multiplication, et la division par une puissance entière de 2, des fonctions elliptiques.

» Enfin, dans le quatrième paragraphe je fais connaître diverses autres propriétés des sections coniques, qui roulent encore sur l'équation des trois amplitudes, mais où la valeur du module n'est plus limitée et moindre que l'unité.

§ I[er]. — *Construction des amplitudes, par la considération des arcs d'ellipse.*

» 1. Première question. — *Construire l'équation*

$$F(\varphi) - F(\varphi') = F(\alpha) - F(\alpha');$$

c'est-à-dire, *étant données les amplitudes* α, α' *de deux fonctions, déterminer tous les systèmes de deux amplitudes* φ, φ', *répondant à deux autres fonctions dont la différence soit égale à celle des deux premières.*

» Qu'on prenne une ellipse ayant son demi-grand axe égal à l'unité et son excentricité égale au module des fonctions, et qu'on prenne sur cette ellipse, à partir du sommet D situé sur le petit axe, les arcs Da, Da' dont les amplitudes sont α, α'; que par les points a, a' on mène les deux tangentes à l'ellipse; et que par le point d'intersection de ces deux tangentes on fasse passer une seconde ellipse décrite des mêmes foyers que la première; puis enfin, que d'un point quelconque de cette ellipse on mène deux tangentes à la première, les points de contact m, m' déterminent deux arcs Dm, Dm', dont les amplitudes satisfont à la question.

» En effet, les deux arcs mm', aa' ont leur différence assignable en ligne droite (*), de sorte qu'on a, suivant la notation de Legendre pour les arcs

(*) *Comptes rendus*, tome XVII, page 840.

d'ellipse ou fonctions de seconde espèce,

$$\mathrm{E}(\varphi) - \mathrm{E}(\varphi') = \mathrm{E}(\alpha) - \mathrm{E}(\alpha') + \mathrm{L},$$

L désignant une quantité algébrique.

» Mais il existe, entre les fonctions de première espèce de mêmes amplitudes, la même relation, dans laquelle seulement la quantité algébrique est nulle. On a donc

$$\mathrm{F}(\varphi) - \mathrm{F}(\varphi') = \mathrm{F}(\alpha) - \mathrm{F}(\alpha').$$

» Ainsi notre construction des deux amplitudes φ, φ' se trouve démontrée.

» **2.** On peut prendre à volonté l'un des deux arcs Dm, Dm', et par conséquent l'une des deux amplitudes φ, φ', de sorte que cette construction résout l'équation

$$\mathrm{F}(\varphi) = \mathrm{F}(\varphi') + \mathrm{F}(\alpha) - \mathrm{F}(\alpha'),$$

dans laquelle φ', α et α' sont connues.

» Et comme l'une quelconque de ces trois amplitudes peut être nulle, il s'ensuit que la construction convient tout à la fois pour la soustraction et l'addition de deux fonctions.

» **3.** Deuxième question. *Construire l'équation*

$$\mathrm{F}(\varphi) + \mathrm{F}(\varphi') = \mathrm{F}(\alpha) + \mathrm{F}(\alpha');$$

c'est-à-dire, *étant données les amplitudes α, α' de deux fonctions, déterminer tous les systèmes de deux amplitudes répondant à deux fonctions dont la somme soit égale à celle des deux premières.*

» Après avoir pris, sur la même ellipse que ci-dessus, les deux arcs Da, Da', et déterminé le point de concours des tangentes en a et a', on décrira l'hyperbole qui passe par ce point et qui a les mêmes foyers que l'ellipse. D'un point pris arbitrairement sur cette hyperbole, on mènera deux tangentes à l'ellipse : soient m, m' leurs points de contact; les amplitudes φ, φ' des deux arcs Dm, Dm' satisferont à la question, c'est-à-dire qu'on aura

$$\mathrm{F}(\varphi) + \mathrm{F}(\varphi') = \mathrm{F}(\alpha) + \mathrm{F}(\alpha').$$

» Cette construction se conclut, comme la précédente, de nos théorèmes sur les arcs d'ellipse. En effet, soit K le point où l'hyperbole rencontre l'arc

aa', on aura $Ka - Ka' = L$, ou

$$Da - DK = DK - Da' + L,$$

ou

$$Da + Da' = 2\,DK + L.$$

Pareillement,

$$Dm + Dm' = 2\,DK + L';$$

donc

$$Dm + Dm' = Da + Da' + (L' - L)$$

ou

$$E(\varphi) + E(\varphi') = E(\alpha) + E(\alpha') + (L' - L),$$

et par conséquent

$$F(\varphi) + F(\varphi') = F(\alpha) + F(\alpha').$$

» 4. Si le point pris sur l'hyperbole est celui où cette courbe rencontre l'arc d'ellipse aa', on aura

$$\varphi = \varphi' \quad \text{et} \quad F\varphi = \tfrac{1}{2}[F(\alpha) + F(\alpha')].$$

On détermine donc immédiatement l'amplitude d'une fonction égale à la *demi-somme* de deux fonctions données. L'une de celles-ci peut être nulle, de sorte qu'on détermine l'amplitude de la fonction égale à la *moitié* d'une fonction donnée.

» 5. Troisième question. *Construire l'équation*

$$F(\varphi) - F(\varphi') = n[F(\alpha) - F(\alpha')];$$

c'est-à-dire, *déterminer les amplitudes de deux fonctions qui aient leur différence égale à un multiple de la différence de deux fonctions données.*

» Après avoir déterminé les deux ellipses, comme dans la première question, on circonscrira à l'ellipse interne une portion de polygone de $(n + 1)$ côtés dont les n sommets soient situés sur l'ellipse externe : soient m, m' les points de contact des deux côtés extrêmes, le premier et le dernier, de cette portion de polygone, et soient φ, φ' les amplitudes des deux arcs Dm, Dm'; ce seront les amplitudes de deux fonctions satisfaisant à la question; c'est-à-dire qu'on aura

$$F(\varphi) - F(\varphi') = n[F(\alpha) - F(\alpha')].$$

» En effet, d'après les théorèmes sur les arcs d'ellipses, déjà cités, l'arc mm' est égal à n fois l'arc aa', plus une quantité algébrique, ce qui s'exprime par l'équation

$$\mathrm{D}m - \mathrm{D}m' = n(\mathrm{D}a - \mathrm{D}a') + \mathrm{L},$$

ou

$$\mathrm{E}(\varphi) - \mathrm{E}(\varphi') = n[\mathrm{E}(\alpha) - \mathrm{E}(\alpha')] + \mathrm{L}.$$

Or, à cette équation répond celle-ci :

$$\mathrm{F}(\varphi) - \mathrm{F}(\varphi') = n[\mathrm{F}(\alpha) - \mathrm{F}(\alpha')].$$ Donc, etc.

» Si l'on prend l'origine du polygone, c'est-à-dire le point de contact de son premier côté, au sommet D de l'ellipse, on aura

$$\varphi = 0,$$

et simplement

$$\mathrm{F}(\varphi') = n[\mathrm{F}(\alpha) - \mathrm{F}(\alpha')];$$

et si la fonction $\mathrm{F}(\alpha')$ est nulle,

$$\mathrm{F}(\varphi') = n.\mathrm{F}(\alpha).$$

» **6**. On voit que la multiplication des fonctions se fait sur la figure même qui sert à déterminer deux fonctions dont la différence est donnée. Pour déterminer ces deux fonctions, on circonscrit à l'ellipse interne un angle qui ait son sommet sur l'ellipse externe; et, pour déterminer deux fonctions dont la différence soit égale à un multiple n de la différence de ces deux premières, on circonscrit à la même ellipse n angles formant une portion de polygone continue. Comme l'origine du polygone est arbitraire, la question a une infinité de solutions.

» C'est aussi au moyen d'une portion de polygone, circonscrit et inscrit à deux cercles, que M. Jacobi a multiplié les fonctions. Mais la construction de l'illustre géomètre satisfait seulement à l'équation

$$\mathrm{F}(\varphi) = n\,\mathrm{F}(\alpha),$$

parce qu'elle ne permet pas de placer l'origine du polygone en un point quelconque du cercle. Nous donnerons à cette élégante construction toute l'extension dont elle était susceptible.

» **7**. Les arcs d'hyperbole pourraient servir, de même que les arcs d'ellipse, pour la solution des questions que nous venons de résoudre. Le module des

fonctions étant c, l'hyperbole aurait son demi-grand axe égal à c, et son excentricité égale à l'unité. Nous avons pris de préférence l'ellipse, parce qu'elle se prête mieux à la démonstration des théorèmes qui font sujet du paragraphe suivant.

§ II. — *Expressions géométriques de l'équation*

$$\cos\varphi\cos\varphi' \pm \sin\varphi\sin\varphi'\sqrt{1-c^2\sin^2\mu} = \cos\mu.$$

» **8**. Nous avons vu (**1** et **3**) qu'ayant une ellipse dont le demi-grand axe est égal à l'unité, et l'excentricité égale à c, si d'un point d'une seconde conique, ellipse ou hyperbole, décrite des mêmes foyers, on mène deux tangentes à cette ellipse, les points de contact marquent deux arcs dont les amplitudes φ, φ' sont celles de deux fonctions de première espèce, ayant leur différence ou leur somme constante; conséquemment, il y a entre ces deux amplitudes une relation constante, de la forme de l'équation ci-dessus.

» Pour donner au théorème qui résulte de là un énoncé tout géométrique et indépendant de la considération des amplitudes des arcs d'ellipse, rappelons comment se déterminent ces amplitudes.

» Pour déterminer l'amplitude d'un arc d'ellipse, on élève par l'extrémité de cet arc une ordonnée jusqu'à la rencontre du cercle décrit sur le grand axe comme diamètre : l'angle que le rayon mené au point de rencontre fait avec le petit axe, est l'amplitude.

» On peut encore mener la tangente à l'ellipse par l'extrémité de l'arc; cette tangente rencontre le grand axe en un point par lequel on mène une tangente au cercle; l'angle que cette tangente fait avec le grand axe est égal à l'amplitude.

» **9**. D'après cette seconde construction, nous énoncerons le théorème suivant:

» Théorème I. *Ayant une ellipse, et une seconde conique, ellipse ou hyperbole, décrite des mêmes foyers; si de chaque point de cette seconde courbe on mène deux tangentes à l'ellipse, et que par les points où ces deux droites rencontrent la ligne des foyers, on mène deux tangentes au cercle décrit sur le grand axe de l'ellipse, comme diamètre, les angles que ces deux tangentes feront avec ce grand axe auront entre eux la relation constante*

$$\cos\varphi\cos\varphi' \pm \sin\varphi\sin\varphi'\sqrt{1-c^2\sin^2\mu} = \cos\mu,$$

dans laquelle c *est le rapport de l'excentricité au demi-grand axe de l'ellipse.*

» Le signe + aura lieu si la seconde conique est une ellipse, et le signe —, si c'est une hyperbole.

» La constante μ dépend de la grandeur de la seconde conique.

» **10.** Ce théorème va nous conduire à diverses autres propositions exprimant toutes la même relation entre deux angles, et qui s'énoncent d'une manière plus simple, parce que l'on n'a plus à y considérer un cercle auxiliaire. Les unes sont relatives encore à deux coniques; d'autres à une conique et à un cercle, et d'autres au système de deux cercles.

» **11.** Les tangentes à l'ellipse et au cercle, issues d'un même point du grand axe, touchent les deux courbes en deux points situés sur une ordonnée; conséquemment les angles e, φ qu'elles font avec ce grand axe, ont entre eux la relation $\frac{\text{tang}\, e}{\text{tang}\, \varphi} = b$, b représentant le demi-petit axe de l'ellipse. On a donc, en appelant λ l'angle que la tangente à l'ellipse fait avec le petit axe, $b \,\text{tang}\, \lambda \,\text{tang}\, \varphi = 1$. Cette équation prouve que λ est l'amplitude de la fonction de première espèce complémentaire de la fonction dont φ représente l'amplitude : de sorte que les angles λ, λ', que les deux tangentes à l'ellipse font avec le petit axe, sont les amplitudes de deux fonctions dont la somme ou la différence est constante, le module étant encore c. On a donc ce théorème :

» Théorème II. *Étant données une ellipse et une seconde conique, ellipse ou hyperbole, décrites des mêmes foyers; si d'un point de cette courbe on mène deux tangentes à l'ellipse, les angles* λ, λ', *que ces deux droites feront avec le petit axe, auront entre eux la relation constante*

$$\cos\lambda \cos\lambda' \pm \sin\lambda \sin\lambda' \sqrt{1 - c^2 \sin^2 \mu} = \cos\mu,$$

où c *est le rapport entre l'excentricité et le demi-grand axe de l'ellipse.*

» **12.** Lemme. *Soit* λ *l'angle que la tangente à une ellipse fait avec le petit axe, et* ψ *l'angle que le rayon vecteur mené d'un foyer au point de contact fait avec le grand axe; on a entre ces deux angles la relation* $\sin(\psi - \lambda) = c \sin\lambda$, c *représentant le rapport de l'excentricité de l'ellipse au demi-grand axe.*

» La démonstration de ce lemme ne présente aucune difficulté.

» **13.** L'équation $\sin(\psi - \lambda) = c \sin\lambda$ est la formule connue qui sert à changer de module dans les fonctions elliptiques, c'est-à-dire que si λ est l'am-

plitude et c le module d'une fonction, $\frac{1}{2}\psi$ représente l'amplitude d'une autre fonction ayant pour module $\frac{2\sqrt{c}}{1+c}$, qui est égale à la première multipliée par la quantité constante $\frac{1+c}{2}$. De sorte que quand les deux angles λ, λ' sont les amplitudes de deux fonctions ayant leur somme ou leur différence constante, $\frac{1}{2}\psi$, $\frac{1}{2}\psi'$ sont les amplitudes de deux autres fonctions qui ont aussi leur somme ou leur différence constante. Il existe donc entre ces angles $\frac{1}{2}\psi$, $\frac{1}{2}\psi'$ la relation des trois amplitudes. Ainsi, l'on a ce théorème :

» Théorème III. *Étant données une ellipse et une seconde conique, ellipse ou hyperbole, décrites des mêmes foyers; si de chaque point de cette seconde courbe on mène deux tangentes à l'ellipse, les rayons vecteurs menés d'un foyer aux deux points de contact feront avec le grand axe deux angles* ψ, ψ', *entre lesquels aura lieu la relation constante*

$$\cos\tfrac{1}{2}\psi\cos\tfrac{1}{2}\psi' \pm \sin\tfrac{1}{2}\psi\sin\tfrac{1}{2}\psi'\sqrt{1-\frac{4c}{(1+c)^2}\sin^2\tfrac{1}{2}\mu} = \cos\tfrac{1}{2}\mu,$$

où c *est le rapport de l'excentricité au demi-grand axe de l'ellipse.*

» **14**. Lemme. *Une tangente étant menée en un point d'une ellipse, le rayon vecteur mené d'un foyer au point où la tangente rencontre le petit axe, fait avec cette tangente un angle égal à l'angle que le rayon vecteur mené de l'autre foyer au point de contact, fait avec le grand axe.*

» **15**. Il suit de là que, dans le théorème précédent, on peut remplacer les angles ψ, ψ' par les angles ν, ν', que les rayons menés du second foyer aux points où les deux tangentes rencontrent le petit axe, font avec ces tangentes, respectivement. On a donc ce théorème :

» Théorème IV. *Étant données une ellipse et une seconde conique, ellipse ou hyperbole, décrites des mêmes foyers; si d'un point de cette seconde courbe on mène deux tangentes à l'ellipse, les angles* ν, ν', *que les rayons vecteurs menés d'un foyer aux deux points où elles rencontrent le petit axe, font avec ces tangentes, respectivement, auront entre eux la relation constante*

$$\cos\tfrac{1}{2}\nu\cos\tfrac{1}{2}\nu' \pm \sin\tfrac{1}{2}\nu\sin\tfrac{1}{2}\nu'\sqrt{1-\frac{4c}{(1+c)^2}\sin^2\tfrac{1}{2}\mu} = \cos\tfrac{1}{2}\mu,$$

dans laquelle c *est le rapport de l'excentricité au demi-grand axe de l'ellipse.*

» **16**. Reprenons le théorème I; soient m, m' les points de contact des deux tangentes à l'ellipse A, issues d'un point de la seconde conique B; la corde mm' est tangente à une troisième conique C, qui est la polaire de la seconde B par rapport à l'ellipse A. Les points d'intersection de cette troisième conique et de l'ellipse, points imaginaires, sont situés sur les deux directrices de celle-ci. On peut donc, au lieu de déterminer les deux points m, m' en menant des tangentes à l'ellipse A par un point de la seconde conique, les déterminer en faisant rouler une tangente sur la troisième courbe C.

» D'après cette considération, on pourra substituer, dans les quatre théorèmes précédents, la conique C à la conique B; cette courbe devant satisfaire simplement à la condition d'avoir pour axes de symptose (*) avec l'ellipse A les deux directrices de celle-ci; c'est-à-dire que l'ellipse ayant pour équation

$$x^2 + \frac{y^2}{1 - c^2} = 1,$$

la conique C passera par les points, imaginaires, communs à cette courbe et à une autre ligne représentée par l'équation

$$x^2 - \frac{1}{c^2} = 0;$$

de sorte que son équation sera de la forme

$$x^2(1 + \varepsilon) + \frac{y^2}{1 - c^2} = 1 + \frac{\varepsilon}{c^2}.$$

» On aura ainsi quatre théorèmes, différents des précédents, mais toujours relatifs à deux coniques ayant entre elles une certaine relation particulière. Nous n'énoncerons pas ces théorèmes.

» Mais les considérations que nous venons d'exposer vont nous conduire à des théorèmes d'une autre espèce, relatifs à un cercle et à une conique concentrique.

(*) J'ai appelé *axes de symptose* les deux droites, toujours réelles, sur lesquelles sont situés les quatre points d'intersection, réels ou imaginaires, de deux coniques (V. *Annales de Mathématiques*, tome XVIII, page 285); ce sont les deux droites que M. Poncelet a appelées *sécantes communes*, *réelles* ou *idéales*, ou bien *axes d'homologie* des deux coniques. (V. *Traité des Propriétés projectives.*)

» **17**. Concevons l'ellipse A et la conique C dont il vient d'être question; une tangente à celle-ci rencontre l'ellipse en deux points m, m'; et les ordonnées menées par ces points rencontrent le cercle décrit sur le grand axe de l'ellipse, comme diamètre, en deux points e, e'; les angles φ, φ', que les deux rayons du cercle Oe, Oe' font avec le petit axe, sont les amplitudes des deux arcs marqués par les points m, m', et l'on a

$$\cos\varphi\cos\varphi' \pm \sin\varphi\sin\varphi'\sqrt{1 - c^2\sin^2\mu} = \cos\mu.$$

» La corde ee' est tangente à une conique D qu'on forme en portant sur les ordonnées de la conique C d'autres ordonnées qui soient à celles-ci dans le rapport de 1 à $\sqrt{1 - c^2}$, de même qu'on forme le cercle en augmentant dans le même rapport les ordonnées de l'ellipse A. L'équation de cette nouvelle courbe D est

$$x^2(1 + \varepsilon) + y^2 = 1 + \frac{\varepsilon}{c^2}.$$

Elle a pour axes de symptose avec le cercle, les directrices de l'ellipse A, c'est-à dire deux droites situées à la distance $\frac{1}{\varepsilon}$ du centre; il en résulte donc ce théorème :

» Théorème V. *Étant donnés un cercle et une conique concentrique, si l'on fait rouler sur la conique une tangente qui rencontre le cercle en deux points, les angles que les rayons menés du centre à ces deux points font avec le petit axe de la conique, ont entre eux la relation constante*

$$\cos\varphi\cos\varphi' \pm \sin\varphi\sin\varphi'\sqrt{1 - c^2\sin^2\mu} = \cos\mu,$$

dans laquelle c *est le rapport entre le rayon du cercle et la distance du centre aux deux axes de symptose du cercle et de la conique, parallèles au petit axe de celle-ci.*

» **18**. Les tangentes au cercle menées par les deux points où une tangente à la conique D le rencontre, se coupent en un point dont le lieu géométrique est une autre conique E, qui a pour équation

$$\frac{x^2}{1 + \varepsilon} + y^2 = \frac{1}{1 + \frac{\varepsilon}{c^2}}.$$

» Cette courbe a son grand axe dirigé suivant l'axe des y; et ses centres

d'homologie (*) avec le cercle sont situés sur l'axe des x, à une distance du centre égale à c. On a donc ce théorème :

» Théorème VI. *Étant donnés un cercle et une conique, ellipse ou hyperbole, concentriques; si de chaque point de cette courbe on mène deux tangentes au cercle, les angles qu'elles feront avec le petit axe de la conique auront entre eux la relation constante*

$$\cos\varphi\cos\varphi'_1 \pm \sin\varphi\sin\varphi'\sqrt{1-c^2\sin^2\mu} = \cos\mu,$$

dans laquelle le rayon du cercle étant pris pour unité, c *représente la distance des centres d'homologie des deux courbes, situés sur le petit axe, au centre de figure.*

» Quand deux coniques sont décrites des mêmes foyers, ces deux points sont leurs centres d'homologie; par conséquent, la proposition actuelle a de l'analogie avec le théorème II, relatif à deux coniques.

» **19**. Au lieu de deux coniques, ou d'une conique et d'un cercle, nous allons nous servir maintenant du système de deux cercles.

» Pour cela il suffit de faire la transformation polaire des deux coniques biconfocales, en prenant pour conique auxiliaire un cercle ayant son centre en l'un de leurs foyers F. Aux deux coniques correspondent deux cercles qui ne se rencontrent pas, et dans lesquels il existe deux points, situés sur leur ligne des centres, dont chacun a pour polaire, par rapport aux deux cercles, une même droite qui passe par l'autre point. L'un de ces points est le foyer F qu'on a pris pour centre du cercle qui a servi à faire la transformation. Il est intérieur au premier cercle, celui qui correspond à l'ellipse; et il est intérieur ou extérieur au second cercle, correspondant à la seconde conique, suivant que celle-ci est une ellipse ou une hyperbole. L'autre point correspond au petit axe des deux coniques. La droite menée par le point milieu de ces deux points, perpendiculairement à la ligne des centres, est l'axe de symptose, ou corde commune *idéale*, des deux cercles; cette droite correspond au second foyer des deux coniques.

» L'excentricité c représente, dans la nouvelle figure, le rapport entre la distance du point F au centre du premier cercle et le rayon de ce cercle; et

(*) M. Poncelet a appelé *centres d'homologie* de deux coniques, deux points, toujours réels, qui sont les points d'intersection des quatre tangentes, réelles ou imaginaires, communes aux deux courbes. (Voir *Traité des Propriétés projectives*, section III.)

l'expression $\frac{4c}{(1+c)^2}$ représente le rapport entre le diamètre de ce cercle et la distance de l'axe de symptose des deux cercles au point le plus éloigné du premier. Ainsi ces deux quantités c et $\frac{2\sqrt{c}}{1+c}$, qui seront les modules des fonctions elliptiques, auront dans nos nouveaux théorèmes une expression géométrique aussi simple que dans les théorèmes précédents.

» **20.** Le théorème I donne lieu, indépendamment des deux cercles correspondants aux deux coniques, à une conique qui correspond au cercle décrit sur le grand axe de l'ellipse, comme diamètre. Cette conique est une ellipse qui a l'un de ses foyers au point F, et pour grand axe le diamètre du premier cercle. Sa considération complique le théorème, que nous n'énoncerons pas ici : les théorèmes suivants seront d'un énoncé plus facile.

» **21.** Passons donc au théorème II. Il donne celui-ci :

» Théorème VII. *Étant donnés deux cercles qui ne se rencontrent pas, et étant pris le point* F *intérieur au premier, qui a la même polaire dans les deux cercles ; si l'on mène une tangente au second cercle, laquelle rencontre le premier en deux points, les rayons vecteurs menés du point* F *à ces deux points feront avec le diamètre sur lequel est situé ce point* F, *deux angles* λ, λ' *qui auront entre eux la relation constante*

$$\cos\lambda\cos\lambda' \pm \sin\lambda\sin\lambda'\sqrt{1-c^2\sin^2\mu} = \cos\mu,$$

dans laquelle le module c *est égal au rapport qui a lieu entre la distance du point* F *au centre du premier cercle, et le rayon de ce cercle.*

» **22.** Du théorème III on déduit le suivant :

» Théorème VIII. *Étant donnés deux cercles qui ne se rencontrent pas, si l'on mène une tangente au second, qui rencontre le premier en deux points, ces points marqueront deux arcs* ψ, ψ', *comptés à partir de la ligne des centres, entre lesquels aura lieu la relation constante*

$$\cos\tfrac{1}{2}\psi\cos\tfrac{1}{2}\psi' \pm \sin\tfrac{1}{2}\psi\sin\tfrac{1}{2}\psi'\sqrt{1-c_1^2\sin^2\tfrac{1}{2}\mu} = \cos\tfrac{1}{2}\mu,$$

la quantité c_1^2 *exprimant le rapport qui a lieu entre le diamètre du premier cercle et la distance de l'axe de symptose des deux cercles au point le plus éloigné du premier.*

» **23.** Le théorème IV fournit le suivant :

» Théorème IX. *Étant donnés deux cercles qui ne se rencontrent pas, si*

l'on fait rouler sur le second une tangente qui rencontre le premier en deux points, les angles ν, ν', *qui auront pour sommets ces deux points, et dont les côtés passeront par les deux points fixes, dont chacun a la même polaire dans les deux cercles, auront entre eux la relation constante*

$$\cos\tfrac{1}{2}\nu \cos\tfrac{1}{2}\nu' \pm \sin\tfrac{1}{2}\nu \sin\tfrac{1}{2}\nu' \sqrt{1 - c_1^2 \sin^2\tfrac{1}{2}\mu} = \cos\tfrac{1}{2}\mu,$$

dans laquelle le carré c_1^2 *représente le rapport qui a lieu entre le diamètre du premier cercle et la distance de l'axe de symptose des deux cercles au point le plus éloigné du premier.*

» **24.** Tous ces théorèmes dérivent de notre construction des amplitudes par les arcs d'ellipse. Nous aurions pu nous servir aussi de l'hyperbole, comme nous l'avons dit, et cette courbe donnerait lieu immédiatement à quelques autres théorèmes, mais qui sont moins simples que les précédents; c'est pourquoi nous ne les énoncerons pas ici. Toutefois, ces théorèmes conduiraient, par quelques transformations, aux précédents, de même qu'on pourrait aussi les tirer de ceux-là.

§ III.— *Application des théorèmes précédents à la détermination des amplitudes des fonctions elliptiques.*

» **25.** L'usage de ces théorèmes pour l'addition, la soustraction, la multiplication et la division par 2, des fonctions de première espèce, est très-facile.

» Proposons-nous cette question générale de la multiplication, qui comprend l'addition et la soustraction :

» *Étant données deux fonctions* $F(\alpha)$, $F(\alpha)$, *déterminer deux autres fonctions* $F(\varphi)$, $F(\varphi')$, *dont la différence soit égale à un multiple de la différence des deux premières.*

» Il s'agit de construire l'équation

$$F(\varphi) - F(\varphi') = n[F(\alpha) - F(\alpha)],$$

dans laquelle l'une des deux fonctions $F(\varphi)$, $F(\varphi')$ peut être prise arbitrairement.

» **26.** Servons-nous du théorème VIII.

» On prendra un cercle quelconque C, et, sur un de ses diamètres AA', un point extérieur F' tel, que le rapport de ce diamètre à la distance de ce

point F′ au point du diamètre, le plus éloigné, savoir, $\frac{AA'}{F'A'}$, soit égal au carré du module des fonctions.

» On prendra sur le cercle, à partir du point A, deux arcs Am, Am', doubles des deux amplitudes données α, α', et l'on joindra ces deux points par la corde mm'.

» On décrira le cercle tangent à cette corde, et ayant pour axe de symptose avec le cercle C la perpendiculaire au diamètre AA′ élevée par le point F′. Deux cercles satisfont à la question : l'un intérieur au cercle C, et l'autre extérieur; on prendra le cercle intérieur (*).

» Enfin on inscrira dans le cercle C une portion de polygone de $(n + 1)$ sommets, dont les n côtés soient tangents au second cercle. Soient M_1 le premier sommet, lequel est pris arbitrairement, et M_{n+1} le dernier, les arcs $\frac{1}{2}AM_1$, $\frac{1}{2}AM_{n+1}$ seront les amplitudes des deux fonctions cherchées, c'est-à-dire que l'on aura, en appelant φ, φ', ces deux arcs

$$F(\varphi) - F(\varphi') = n[F(\alpha) - F(\alpha')].$$

» **27**. Si l'on suppose $n = 1$, la portion de polygone se réduit à une seule tangente au second cercle, et cette tangente donne la solution de l'équation

$$F(\varphi) - F(\varphi') = F(\alpha) - F(\alpha').$$

» On détermine donc une infinité des systèmes de deux fonctions dont la différence est égale à la différence des deux fonctions données.

» Si la fonction $F(\varphi')$ est donnée, on a

$$F(\varphi) = F(\varphi') + F(\alpha) - F(\alpha'),$$

c'est-à-dire que l'on détermine une fonction égale à la somme de deux autres, diminuée d'une troisième.

» Si $F(\varphi') = 0$, on détermine une fonction égale à la différence de deux fonctions données.

(*) On détermine ces deux cercles par une construction extrêmement simple. Par le point où la corde mm' rencontre l'axe de symptose, on mène la tangente au cercle C; puis on porte sur cette corde, à partir de ce point, deux segments égaux à la longueur de la tangente; leurs extrémités sont les points où les deux cercles touchent la corde; et comme ces deux cercles ont leurs centres sur le diamètre AA′, ils sont complétement déterminés.

» Enfin, si $F(\alpha') = 0$, on détermine une fonction égale à la somme de deux fonctions données.

» **28**. Maintenant, supposons que l'on demande tous les systèmes de deux fonctions dont la somme est égale à la somme de deux fonctions données; ce qui sera résoudre l'équation indéterminée

$$F(\varphi) + F(\varphi') = F(\alpha) + F(\alpha').$$

» Après avoir pris sur le premier cercle les deux arcs Am, Am', on décrira le cercle extérieur au premier, qui touche la corde mm' et a pour axe de symptose avec celui-ci la perpendiculaire au diamètre AA′ élevée par le point F′.

» On mènera une tangente à ce cercle, de manière qu'elle rencontre le premier cercle en deux points M, M′; et l'on aura, en représentant par φ, φ' les arcs $\frac{1}{2}$ AM, $\frac{1}{2}$ AM′, la relation

$$F(\varphi) - F(\varphi') = F(\alpha) - F(\alpha');$$

de sorte que la question est résolue.

» **29**. Cette construction donne le moyen de déterminer une fonction égale à la demi-somme de deux fonctions données, dont l'une peut être nulle.

» En effet, supposons que la tangente au second cercle soit aussi tangente au premier cercle, ce qui est possible, puisque les deux cercles sont extérieurs l'un à l'autre; les deux points M, M′ se confondront, et l'équation deviendra

$$F(\varphi) = \tfrac{1}{2}[F(\alpha) + F(\alpha')].$$

» La fonction $F(\alpha')$ peut être nulle; alors on détermine une fonction égale à la moitié d'une fonction donnée.

» On divisera de même par 2 la fonction trouvée; et ainsi de suite; de sorte qu'on peut, par des constructions très-simples, diviser une fonction par une puissance entière de 2.

» **30**. Chacun des autres théorèmes donnera des constructions analogues pour les mêmes questions que nous venons de résoudre au moyen du théorème VIII.

» Nous avons choisi, pour donner un exemple de la facilité de ces solutions géométriques, ce théorème, parce que c'est celui qui réalise l'extension dont était susceptible le théorème de M. Jacobi.

§ IV. — *Autres théorèmes relatifs à l'équation* $\cos\varphi \cos\varphi' + A \sin\varphi \sin\varphi' = B$.

» **31**. Nous nous sommes attaché, jusqu'ici, à donner aux théorèmes une forme propre à la théorie des fonctions elliptiques, dans laquelle on a coutume de prendre le module plus petit que l'unité. Mais on conçoit que chacun de ces théorèmes peut être exprimé d'une manière moins restreinte par une équation telle que

$$\cos\varphi \cos\varphi' + A \sin\varphi \sin\varphi' = B,$$

dans laquelle A et B sont deux constantes.

» Par exemple, que dans le théorème II, au lieu de prendre les angles que les deux tangentes font avec le petit axe de l'ellipse, on prenne les angles qu'elles font avec le grand axe, on aura une équation telle que la précédente, mais qui ne donne pas lieu à un module plus petit que l'unité.

» Si donc on n'a plus en vue spécialement la forme actuelle des fonctions elliptiques, mais seulement des propriétés des sections coniques exprimées par l'équation ci-dessus, on pourra donner aux théorèmes précédents des énoncés plus généraux, et même on en pourra conclure divers autres théorèmes du même genre, constituant d'autres propriétés des sections coniques, dont plusieurs seront susceptibles encore d'une application spéciale et immédiate aux fonctions elliptiques pour le calcul des amplitudes.

» **32**. Prenons le théorème VII; il exprime une propriété du point F, intérieur au premier cercle, qui a la même polaire dans les deux cercles. Or, il existe un second point, extérieur au premier cercle, qui a aussi la même polaire dans les deux cercles; il est clair que la propriété démontrée pour le premier point s'applique au second; c'est-à-dire, que les droites menées de ce point extérieur aux deux points où une tangente au second cercle rencontre le premier cercle, font avec la ligne des centres deux angles φ, φ', qui ont entre enx la relation constante

$$\cos\varphi \cos\varphi' + A \sin\varphi \sin\varphi' = B.$$

» De là on conclut, en passant des deux cercles aux deux coniques biconfocales, par une transformation polaire, ce théorème:

» Théorème X. *Quand deux coniques sont décrites des mêmes foyers, si d'un point de l'une on mène deux tangentes à la seconde, les rayons vecteurs menés d'un foyer aux points où ces deux tangentes rencontrent le petit*

axe font avec cet axe deux angles qui ont entre eux la relation constante

$$\cos\varphi\cos\varphi' + A\sin\varphi\sin\varphi' = B.$$

» **33.** Le théorème VIII, énoncé pour deux cercles qui ne se rencontrent pas, a lieu, évidemment, pour deux cercles quelconques, si à l'équation (1) on substitue l'équation (2). On en conclut que,

» Théorème XI. *Si sur un cercle, on prend, à partir d'un point fixe* A, *deux arcs* Am, Am', *tels, que l'on ait la relation constante*

$$\cos\tfrac{1}{2}Am.\cos\tfrac{1}{2}Am' + A.\sin\tfrac{1}{2}Am.\sin\tfrac{1}{2}Am' = B,$$

la corde mm' *enveloppera un second cercle.*

» **34.** Pareillement le théorème V donne lieu au suivant :

» Théorème XII. *Si, sur la circonférence d'un cercle, on prend, à partir d'un point* A, *des arcs* An, An', *tels, que l'on ait la relation constante*

$$\cos An.\cos An' + A.\sin An.\sin An' = B,$$

la corde mm' *enveloppera une conique concentrique au cercle.*

» **35.** Concevons un cercle ayant son centre au foyer d'une conique; que l'on mène deux rayons, faisant avec un diamètre fixe deux angles φ, φ', entre lesquels ait lieu la relation

$$\cos\tfrac{1}{2}\varphi\cos\tfrac{1}{2}\varphi' + A\sin\tfrac{1}{2}\varphi\sin\tfrac{1}{2}\varphi' = B,$$

la corde soutendue par ces deux rayons enveloppera un second cercle. Donc, d'après la théorie des figures homologiques de M. Poncelet (*), la corde soutendue dans la conique enveloppera une seconde conique. Donc :

» Théorème XIII. *Si, autour du foyer d'une conique, on fait tourner deux rayons vecteurs tels, que les angles* φ, φ', *qu'ils feront avec un axe fixe, de direction quelconque, aient entre eux la relation constante*

$$\cos\tfrac{1}{2}\varphi\cos\tfrac{1}{2}\varphi' + A\sin\tfrac{1}{2}\varphi\sin\tfrac{1}{2}\varphi' = B,$$

la corde soutendue dans la conique par ces deux rayons enveloppera une seconde conique.

(*) Voir *Traité des Propriétés projectives*, sect. IV. — *Aperçu historique*, p. 773 et suiv.

» **36**. Le théorème XII donne lieu pareillement au suivant :

» Théorème XIV. *Si, par le foyer d'une conique, on mène deux rayons, faisant avec un axe fixe deux angles* φ, φ', *liés entre eux par la relation*

$$\cos\varphi \cos\varphi' + A \sin\varphi \sin\varphi' = B,$$

la corde soutendue dans la conique par ces deux rayons enveloppera une seconde conique.

» **37**. Que dans le théorème XI on prenne un point fixe, sur la circonférence du cercle, on donnera au théorème l'énoncé suivant :

» Théorème XV. *Si, par un point fixe, pris sur la circonférence d'un cercle, on mène deux droites, faisant avec un axe fixe deux angles liés entre eux par la relation constante*

$$\cos\varphi \cos\varphi' + A \sin\varphi \sin\varphi' = B,$$

la corde soutendue par ces deux droites enveloppera un second cercle.

» **38**. Pareillement, le théorème XII prend cet énoncé :

» Théorème XVI. *Si par un point fixe de la circonférence d'un cercle, on mène deux droites faisant avec un axe fixe des angles* λ, λ' *liés entre eux par la relation*

$$\cos 2\lambda \cos 2\lambda' + A \sin 2\lambda \sin 2\lambda' = B,$$

la corde comprise entre ces deux droites enveloppera une conique.

» **39**. Si l'on conçoit une conique quelconque tangente au cercle au point fixe, d'après la théorie des figures homologiques, la corde comprise dans la conique entre les deux droites enveloppera une autre conique. Les deux théorèmes précédents donnent donc lieu à ces deux-ci :

» Théorèmes XVII et XVIII. *Si par un point fixe pris sur une conique, on mène deux droites faisant avec un axe fixe deux angles* φ, φ' *liés entre eux par la relation*

$$\cos\varphi \cos\varphi' + A \sin\varphi \sin\varphi' = B,$$

ou bien par la relation

$$\cos 2\varphi \cos 2\varphi' + A \sin 2\varphi \sin 2\varphi' = B,$$

dans les deux cas, la corde de la conique, comprise entre les deux droites, enveloppera une conique.

» **40.** Par une transformation polaire, on conclut de là deux autres propriétés générales des sections coniques, dont nous nous bornerons à énoncer un cas particulier relatif à la parabole :

» Théorèmes XIX et XX. *Si l'on mène à une parabole deux tangentes faisant avec un axe fixe, de direction arbitraire, deux angles liés entre eux par la relation*

$$\cos\varphi\cos\varphi' + A\sin\varphi\sin\varphi' = B,$$

ou bien

$$\cos 2\varphi\cos 2\varphi' + A\sin 2\varphi\sin 2\varphi' = B,$$

le point de concours des deux tangentes aura pour lieu géométrique une conique.

» **41.** Reprenons le théorème II. L'angle qu'une tangente à l'ellipse fait avec le petit axe est égal à l'angle que le rayon vecteur abaissé d'un foyer F, perpendiculairement à cette tangente, fait avec le grand axe. Conséquemment, les perpendiculaires abaissées d'un foyer sur les deux tangentes font avec le grand axe des angles φ, φ' liés entre eux par la relation

$$\cos\varphi\cos\varphi' \pm \sin\varphi\sin\varphi'\sqrt{1 - c^2\sin^2\mu} = \cos\mu.$$

» Les pieds de ces perpendiculaires sont sur le cercle décrit sur le grand axe de l'ellipse, comme diamètre. Il résulte donc du théorème VII, que la corde qui joint ces pieds est tangente à un second cercle, dans lequel le foyer F a la même polaire que dans le premier. Cette polaire est la *directrice* correspondante à ce foyer.

» On a donc cette propriété assez remarquable des coniques biconfocales :

» Théorème XXI. *Quand deux coniques sont décrites des mêmes foyers, si, de chaque point de l'une, on mène deux tangentes à l'autre, et que d'un foyer on abaisse des perpendiculaires sur ces deux tangentes, la droite qui joindra leurs pieds enveloppera un cercle ; et la polaire du foyer, par rapport à ce cercle, sera la directrice correspondante à ce foyer, dans la conique à laquelle on a mené les tangentes.*

» En d'autres termes, ce cercle divisera harmoniquement le segment compris entre le foyer et sa directrice.

» **42.** Que, dans le théorème V, on fasse la transformation polaire par rapport à un cercle dont le centre soit situé en un point quelconque de l'un des deux axes principaux, on aura le théorème suivant :

» Théorème XXII. *Étant pris sur le grand axe d'une conique deux points*

qui divisent harmoniquement le segment compris entre un foyer et la directrice correspondante, et étant décrite une seconde conique quelconque qui ait pour sommets opposés ces deux points; si de chaque point de cette courbe on mène deux tangentes à la première, les angles que ces deux tangentes feront avec l'un des axes principaux, auront entre eux la relation constante

$$\cos\varphi \cos\varphi' + A \sin\varphi \sin\varphi' = B.$$

» La seconde conique peut être un cercle ou bien une parabole.

» **43.** Le théorème VI donne, par une transformation semblable, le suivant :

» Théorème XXIII. *Si, sur le grand axe d'une conique, on prend deux points qui divisent harmoniquement le segment compris entre un foyer et la directrice correspondante, et qu'on décrive une seconde conique quelconque ayant ces deux points pour sommets opposés, une tangente à cette courbe rencontrera la première conique en deux points tels, que les rayons vecteurs menés du foyer à ces deux points feront avec le grand axe deux angles qui auront entre eux la relation constante*

$$\cos\varphi \cos\varphi' + A \sin\varphi \sin\varphi' = B.$$

» **44.** Le théorème V, qui est relatif à un cercle et à une conique, peut être généralisé de manière à donner une propriété relative à deux coniques qnelconques concentriques.

» Pour cela, concevons les points du cercle rapportés à deux axes coordonnés rectangulaires, qui soient les axes principaux de la conique. Une tangente à la conique rencontre le cercle en deux points; soient x', y', et x'', y'', les coordonnées de ces points, le théorème sera exprimé par l'équation

$$x'x'' + A\,y'y'' = B.$$

» Or, d'après un mode général de transformation des figures, une telle équation subsiste quand on substitue au cercle une ellipse (*); on en conclut donc ce théorème général :

» Théorème XXIV. *Étant données deux coniques concentriques, si, sur la seconde on fait rouler une tangente qui rencontre la première en deux*

(*) Voir *Aperçu historique*, p. 811.

points, les coordonnées de ces deux points, x′, y′, *et* x″, y″, *rapportées aux deux axes conjugués communs aux deux coniques, auront entre elles la relation constante*

$$x'x'' + A\, y'y'' = B.$$

» **45**. Le théorème VI donne pareillement celui-ci :

» Théorème XXV. *Quand deux coniques sont concentriques, si, de chaque point de l'une, on mène deux tangentes à l'autre, les coordonnées des deux points de contact, rapportées aux deux axes conjugués communs aux deux coniques, auront entre elles la relation constante*

$$x'x'' + A\, y'y'' = B.$$

» **46**. Ces théorèmes peuvent être appliqués, par de nouvelles transformations, au système de deux coniques quelconques. On obtient de la sorte deux théorèmes d'une très-grande généralité, qui sont susceptibles eux-mêmes de divers corollaires; mais nous n'entrerons pas dans ces détails qui nous éloigneraient trop de l'objet de cette communication.

» **47**. En terminant, je rappellerai que j'ai eu l'honneur d'annoncer à l'Académie que les coniques sphériques donnent lieu, quant à leurs arcs et aux aires de leurs segments, à des propriétés analogues à celles des arcs des coniques planes. J'ajouterai ici que ces coniques à double courbure fournissent aussi diverses constructions de l'équation des trois amplitudes, et donnent lieu à des théorèmes du genre de ceux qui précèdent. »

Remarques de M. Liouville.

« La communication intéressante de M. Chasles est relative aux seules fonctions elliptiques. Il serait bien à désirer que M. Chasles pût étendre ses ingénieuses considérations géométriques aux transcendantes d'un ordre plus élevé, et d'abord aux fonctions abéliennes de première classe, qui proviennent d'intégrales relatives à un radical carré portant sur un polynôme du cinquième ou du sixième degré. Ces fonctions se présentent dans un grand nombre de problèmes. On les rencontre, par exemple, dans l'équation de la ligne géodésique (la ligne la plus courte) sur un ellipsoïde à trois axes inégaux, et dans l'expression d'un arc quelconque de cette ligne. Dès lors, à l'aide d'un célèbre théorème d'Abel, on peut conclure pour certaines combinaisons de pareils arcs, des théorèmes analogues à ceux que l'on connaît pour les arcs d'ellipse. Mais une discussion géométrique détaillée

et approfondie donnerait sans doute à ces théorèmes une forme et une élégance nouvelles.

» Sur une surface quelconque, la ligne géodésique jouit de cette propriété, que son rayon de courbure est en chaque point normal à la surface. De là une équation différentielle du second ordre, dont M. Jacobi a le premier trouvé l'intégrale avec deux constantes arbitraires, pour le cas de l'ellipsoïde à trois axes. En cherchant à vérifier la formule remarquable qu'il a donnée, et dans laquelle figurent, comme je l'ai dit, des fonctions abéliennes, j'ai d'abord obtenu une intégrale première, d'où l'intégrale seconde se déduit immédiatement, et qui me paraît assez simple pour qu'on puisse espérer d'y parvenir par une méthode purement géométrique. Je prends la liberté de recommander cette recherche au talent de M. Chasles, si éprouvé dans ces matières. Voici l'équation qu'il s'agirait d'établir. Soit AMB une ligne géodésique tracée à volonté sur l'ellipsoïde. Par le point quelconque M, faisons passer les hyperboloïdes à une nappe et à deux nappes, dont les sections principales sont homofocales à celles de l'ellipsoïde. Soient μ^2, ν^2 les carrés de leurs demi-axes dirigés suivant le grand axe de l'ellipsoïde; on aura

$$\mu^2 \cos^2 i + \nu^2 \sin^2 i = \text{constante},$$

i désignant l'angle que la tangente à la ligne géodésique fait avec la normale au second hyperboloïde (1).

» Puisqu'il vient d'être question de fonctions elliptiques, je profiterai de l'occasion pour donner l'énoncé d'un principe général qui me paraît imprimer à l'étude de ces fonctions un caractère d'unité et de simplicité tout particulier. Soient z une variable quelconque, réelle ou imaginaire, et $\psi(z)$ une fonction de z bien déterminée, je veux dire une fonction qui, pour chaque valeur $x + y\sqrt{-1}$ de z, prenne une valeur unique toujours la même, lorsque x et y redeviennent les mêmes. Si une telle fonction est doublement périodique, et si l'on reconnaît qu'elle n'est jamais infinie, on pourra affirmer par cela seul qu'elle se réduit à une simple constante.

» Ce principe (qui conduit du reste à des conséquences nombreuses et utiles dans d'autres parties de l'analyse) m'a fourni sans difficulté les théorèmes connus relatifs, soit à la multiplication et à la transformation des fonctions elliptiques, soit à leurs développements en série. J'en ai tiré aussi une démons-

---

(1) Dans le Journal de M. Crelle, M. Joachimsthal a obtenu un résultat tout aussi simple que celui-là, mais de forme différente.

tration des belles formules par lesquelles M. Jacobi est parvenu à exprimer explicitement les racines des équations de degré élevé relatives à la division (1). Enfin, j'ai rencontré divers résultats que je crois nouveaux. Dans la méthode que j'ai suivie, les intégrales qui ont donné naissance aux fonctions elliptiques et les modules mêmes dont elles dépendent, disparaissent en quelque sorte pour ne laisser voir que les périodes et les valeurs pour lesquelles les fonctions deviennent nulles ou infinies. Cette communication verbale ne comporterait pas des développements plus étendus. Mais, dès à présent, je dois dire que les études auxquelles je me suis livré ont encore augmenté l'admiration si vive que m'inspiraient déjà, à tant de titres, les travaux de M. Jacobi. »

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination d'un membre qui remplira, dans la Section de Zoologie, la place devenue vacante par le décès de M. *E. Geoffroy-Saint-Hilaire.*

Au premier tour de scrutin, le nombre des votants étant de 54,

M. Valenciennes obtient	33 suffrages.
M. Duvernoy	17
M. Dujardin	3

Il y a un billet blanc.

M. Valenciennes, en conséquence, est proclamé élu. Sa nomination sera soumise à l'approbation du Roi.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

GÉOLOGIE. — *Note sur les moraines, les blocs erratiques et les roches striées de la vallée de Saint-Amarin* (Haut-Rhin); *par* M. Ed. Collomb.

(Commissaires, MM. Alex. Brongniart, Élie de Beaumont, Dufrénoy.)

« Les moraines et les blocs erratiques ont déjà été observés dans plusieurs vallées de la chaîne des Vosges, entre autres dans celle de Giromagny; mais,

---

(1) Journal de M. Crelle, t. IV. M. Jacobi n'a pas ajouté de démonstration, mais je dois dire que M. Hermite (qui s'est livré, sur toutes ces questions, à de profondes recherches) en a, avant moi, trouvé une dont il a bien voulu me faire part; la méthode qu'il a employée est, du reste, très-différente de la mienne.

dans ce groupe de montagnes, la roche striée avait, je crois, jusqu'à présent échappé aux investigations des géologues. Mes observations se bornent, pour le moment, à la vallée de Saint-Amarin, versant est de la chaîne.

» Pour mieux nous rendre compte des faits, nous admettrons, pour le moment, l'existence d'un glacier qui, partant du fond de la vallée à Wildenstein, s'étendait, sur une ligne de 9 à 10 kilomètres, jusqu'à la moraine frontale de Wesserling. Nous tâcherons ensuite de prouver que le glacier a réellement existé, qu'on en trouve des traces manifestes, avec tous ses accessoires, toutes les conditions exigées; que le sol actuel de notre vallée est, en tous points, pareil à celui de certaines vallées suisses abandonnées par les glaces depuis un temps immémorial.

» Commençons par les moraines. La moraine de Wesserling a déjà été décrite et figurée dans une thèse inaugurale de M. Leras, présentée à la Faculté des Sciences de Strasbourg en 1844 : il est inutile d'y revenir.

» *Moraine de Krüth.* En amont de Wesserling, au village de Krüth, à 5 kilomètres du fond de Wildenstein, une moraine frontale barre la vallée dans toute sa largeur (1 000 à 1 200 mètres). Cette moraine est double; elle a la forme d'un arc de cercle, d'un croissant, dont les deux pointes s'appuient sur les flancs de la montagne : une large échancrure, produite par le mouvement des eaux, forme le lit actuel de la rivière. Cette moraine est facile à observer dans les endroits où les travaux industriels l'ont déchirée pour y puiser des matériaux. C'est un amas de sable, de cailloux roulés de toutes dimensions, de blocs métriques, sans aucune trace de stratification. Les plus gros blocs de granit se rencontrent de préférence sur les parties élevées de la moraine; beaucoup sont posés, pour ainsi dire, avec une main délicate, sur des points culminants.

» Là où les eaux sont venues attaquer le terrain, elles ont dérangé l'ordre ou plutôt le désordre établi par le glacier; la masse de détritus s'est alors classée, triée, suivant la pesanteur relative des matériaux qui la composent. Les plus gros blocs sont inférieurs, recouverts de cailloux roulés, puis le sable fin est à la surface du sol; il s'est établi ainsi une espèce de stratification facile à distinguer.

» On n'a pas d'exemple qu'un pareil amas de matériaux incohérents ait été produit autrement que par la force propulsive d'un glacier. L'eau, la boue, l'avalanche, peuvent sans doute donner lieu à de grands amas de détritus; mais quelle que soit la puissance de ces agents, les phénomènes qu'ils produisent sont bien différents de celui que nous avons sous les yeux.

» Une seconde moraine parallèle à la première, mais plus petite, s'avance

en aval. Un peu plus bas, une longue traînée de cailloux roulés et de blocs erratiques forme arête au milieu de la vallée dans le sens de sa longueur, et indique évidemment la trace d'une moraine médiane provenant de la jonction d'un petit glacier qui descendait de la vallée de Saint-Nicolas, qui débouche à angle droit sur la vallée principale. Une pareille disposition du terrain erratique ne peut également pas s'expliquer par l'action des eaux, puisque cette arête est bornée de tous les côtés par une large zone d'excellente terre végétale.

» *Roches striées.* — Au lieu dit Glattstein, à 500 mètres en amont de la moraine de Wesserling, sur la rive droite, la montagne avance dans la vallée et forme promontoire ; la roche, en partie couverte de mousses et de végétation, est à nu par places, elle plonge sous un angle de 30 à 40 degrés jusque dans le lit du torrent; les stries y sont fines, peu profondes, d'un millimètre d'ouverture, comme si le burin d'un graveur y avait passé, sans aucun rapport avec le sens du clivage de la roche qui est un schiste noir à pâte fine et serrée; les stries en suivent toutes les sinuosités ; elle est, du reste, polie, arrondie jusqu'à une hauteur de 15 à 20 mètres au-dessus du niveau de la rivière. Au-dessus de cette ligne horizontale et polie, la roche reprend son caractère primitif avec ses bords anguleux et pleins d'anfractuosités; elle donne la mesure de la hauteur du glacier.

» A Odern, rive gauche, à l'entrée du village, en face du moulin, au bord de la route, stries ou cannelures de 2 à 5 millimètres d'ouverture et autant de profondeur, sur même roche de schiste noir à pâte très-fine. Ici les stries ne sont pas précisément burinées, mais on ne saurait mieux les comparer qu'à l'effet produit par le travail de la gouge d'un menuisier. La roche est en partie couverte de terre végétale; quand on la débarrasse de sa terre, les stries apparaissent dans toute leur fraîcheur, comme si le glacier venait d'y passer.

» A Odern, à l'extrémité du village, en amont, un monticule de terrain primitif en partie granitique, de 60 à 70 mètres de hauteur, fait obstacle au milieu de la vallée; la partie de ce monticule tournée du côté du village présente une roche qui fait angle saillant; le glacier a dû être resserré à cet endroit; la roche y est polie, arrondie, striée. Les stries y sont faiblement burinées, cependant on ne peut pas nier leur existence. Les habitations des paysans touchent ces roches, ils en ont enlevé beaucoup pour constructions; là où la main de l'homme ne les a pas altérées, les stries existent.

» A Wildenstein, le vieux château, en ruine aujourd'hui, est bâti au

sommet d'un rocher granitique de 150 à 200 mètres d'élévation, qui fait île au milieu de la vallée; des deux côtés elle est resserrée, étranglée; dans l'un des couloirs latéraux passe la route, dans l'autre la rivière. C'est sur la rive gauche, tout auprès du lit du torrent, sur un granit en énormes masses compactes de formes bizarres, que le régime des stries a pris un développement fortement accentué; il est évident que le glacier, en laissant des traces de son passage, a modifié son style suivant la nature de la roche, où il a pour ainsi dire écrit son nom. Ici c'est un granit un peu friable, les stries sont de véritables sillons comme pourraient en produire les roues d'une voiture sur un terrain mou; il y en a aussi de plus fines parallèles aux grandes, mais elles n'ont pas le caractère net, fin, délicat, de celles imprimées sur le schiste, dont la pâte serrée a permis aux corps durs incrustés dans la glace, faisant l'office de burin, de tracer leur sillon sans bavures.

» Ces stries suivent le mouvement de la roche dans toutes ses sinuosités latérales, fait qui ne peut guère s'expliquer que par la force locomotive d'un glacier.

» L'ensemble du phénomène erratique dans notre vallée, moraines, blocs métriques, roches striées en place, nous démontrent que la période glaciale ne peut avoir eu lieu que postérieurement à toutes les révolutions géologiques; c'est le dernier terme de la série. La roche striée *en place* en est une preuve palpable; depuis cette époque, nul soulèvement, nul changement dans la disposition, dans l'inclinaison du terrain. Rétablissons, par la pensée, le glacier tel que les phénomènes que nous avons sous les yeux nous disent qu'il a dû exister: il burinera, il labourera la roche exactement aux mêmes endroits où nous la retrouvons aujourd'hui burinée et striée; il produira les mêmes phénomènes, non-seulement dans leur ensemble, mais dans leurs plus petits détails. Aucune force, aucun agent extérieur ou intérieur n'est venu déranger le parallélisme de nos stries.

» Le passage des avalanches ne pourrait donner lieu à des surfaces striées comme celles que nous voyons. Les stries seraient dans le sens de la chute de l'avalanche, plus ou moins verticales et non pas horizontales.

» Dans les circonstances actuelles de latitude et de température moyenne, il est matériellement impossible qu'un glacier puisse se former de nos jours dans les Vosges; nous avons ici une température moyenne de + 10 à + 12 degrés, et, pour la formation d'un glacier, il faut qu'elle s'abaisse au moins à + 2 ou + 3. Quelles que soient les masses de neige qui pourraient tomber sur nos montagnes pendant l'hiver le plus long et le plus rigoureux, elles n'arriveraient jamais au point de former un véritable glacier. Nous en

avons eu l'hiver dernier un exemple concluant : une avalanche s'est précipitée du sommet de la montagne appelée *le Rinbachkopf*, au fond de la vallée de Mollau, sur un versant exposé au nord, déracinant et entraînant les sapins du plus gros calibre dans sa chute ; les masses de neige entraînée pouvaient avoir 12 à 15 mètres d'épaisseur dans le bas, neige compacte, serrée, fortement comprimée ; j'espérais presque voir la naissance d'un petit glacier, et je me suis souvent transporté sur les lieux pour suivre le phénomène. Au 24 juin il existait encore un grand banc de neige de quelques mètres d'épaisseur sur une centaine de mètres de longueur; elle avait changé d'aspect, elle était en gros grains transparents, imbibés d'eau; elle avait passé à l'état de névé, comme M. Agassiz l'appelle; mais de véritable glace, point. A la fin de juillet, la neige avait complétement disparu.

» Nous pouvons donc conclure des faits qui précèdent, et surtout par l'existence de la roche striée *en place*, que de véritables glaciers ont existé dans les Vosges;

» Que ces glaciers datent d'une époque postérieure à toutes les révolutions géologiques;

» Que nous sommes autorisés à admettre qu'à cette même époque la température moyenne de ce pays devait être au moins de 8 à 10 degrés inférieure à ce qu'elle est de nos jours. »

HYDRAULIQUE. — *Mémoire sur une machine soufflante; par* M. DE CALIGNY. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. A. Cauchy, Poncelet, Morin.)

« Le but de ce système est analogue à celui d'un *piston soufflant* que ferait fonctionner un moteur hydraulique alternatif quelconque. Mais le frottement du piston est remplacé par celui d'une colonne liquide, et l'on n'a à s'occuper que d'un seul déchet total, tandis que, si l'on employait ainsi un moteur et une machine-outil, l'effet utile définitif ne serait, comme on sait, que le produit de deux fractions. Ce système repose sur les deux principes suivants :

» 1°. Quand un gros tuyau de conduite, alimenté par une chute d'eau, coule à *gueule-bée;* si un bout de tuyau mobile se soulève, en retranchant seulement le rebord latéral extérieur du *champignon liquide*, il n'y a aucun arrêt à l'intérieur, qui peut ainsi être mis en communication avec un tuyau vertical, comme si les deux portions de tuyau n'avaient point été séparées par cette espèce de soupape annulaire. S'il n'y a point d'arrêt à l'intérieur, il

n'y a par suite aucune possibilité de coup de bélier. Il faudra seulement qu'à l'intérieur de la soupape toutes les tranches prennent une même vitesse, ce qui ne peut donner lieu qu'à une percussion insignifiante en vertu des principes de l'hydraulique sur la résistance des tranches assez minces par rapport à la longueur de la colonne qui les rencontre, parce que la soupape marche dans le sens où, pendant la durée de son soulèvement qui est loin d'être instantané, l'eau doit précisément prendre de la vitesse.

» 2°. Une colonne d'eau entre dans un tuyau où elle doit refouler une colonne d'air; cette dernière étant en communication par un système de soupapes avec le réservoir soufflant où la pression est généralement peu élevée, il n'y aura non plus aucun coup de bélier pendant que la colonne liquide éteindra sa force vive dans ce refoulement. Cette opération se fera le long d'un chemin assez considérable pour que les choses se passent d'une manière analogue à ce qui se présenterait si, au lieu d'éteindre sa force vive sur ce long matelas d'air, la colonne liquide était transportée sur une planète où la pesanteur serait plus considérable que sur la terre, d'autant plus que la compression du matelas ne parvient pas même instantanément à son maximum.

» Le tuyau horizontal est assez long pour que les principes précédents aient encore plus d'évidence, en vertu des lois de l'oscillation du pendule.

» Les effets qui viennent d'être décrits ayant produit le travail du refoulement utile, pour recommencer il suffit de faire redescendre l'eau du tube vertical dont le diamètre sert à régler le volume d'air introduit à chaque période, et par le sommet duquel l'air atmosphérique entre pendant ce retour, en suivant la descente de la colonne au moyen de soupapes disposées dans ce but.

» Il n'est pas nécessaire d'entrer ici dans le détail des moyens proposés dans le Mémoire pour faire fonctionner la soupape hydraulique dite *de Cornwall,* qui, par l'écoulement alternatif du tuyau de conduite horizontal, emmagasinera périodiquement la force vive. Ces détails offrent plus d'intérêt relativement à l'élégance de la machine qu'à son exécution; car cette opération peut se faire au moyen d'une cataracte, sans que cela nuise bien sensiblement à l'effet utile, et c'est même dans cette hypothèse que le système a spécialement été communiqué à plusieurs ingénieurs civils avant d'être présenté à l'Académie. Un petit modèle de machine analogue *fonctionnant sans cataracte* a d'ailleurs été exécuté; il suffit pour établir la possibilité de son jeu, mais d'une manière tout à fait provisoire, n'étant employé

qu'à souffler alternativement de l'air par un tube vertical ou à verser de l'eau par son sommet.

» Quant aux moyens d'amortir le mouvement de la soupape sans percussion notable entre corps solides, il suffit de rappeler, en supposant que cela soit nécessaire, le système des cônes mobiles entrant périodiquement dans des cônes fixes, d'où ils chassent l'eau, et qui surtout en Amérique est employé avec succès comme modérateur. On recommande d'ailleurs dans le Mémoire un nouveau *modérateur hydraulique* à flotteur faisant agir à l'époque voulue, sur une pièce quelconque en mouvement, des forces retardatrices qui apparaissent comme si elles étaient immatérielles.

» *Nota.* Cette machine n'est point proposée pour comprimer l'air sous des pressions considérables, parce que dans ce cas elle participerait jusqu'à un certain point aux avantages et aux inconvénients du bélier, au lieu d'en être tout à fait distincte. »

CHIMIE. — *Sur le benjoin; par* **M. E. Kopp.** (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. Dumas, Pelouze.)

« M. Kopp, dans le but de rechercher les relations qui existent entre les résines du benjoin et l'acide benzoïque qui les accompagne, a soumis les premières à une série de réactions, telles que distillation sèche, traitement par l'acide nitrique, etc., et en a étudié les produits. Cet examen fait reconnaître facilement l'existence de deux types différents dans ces résines, le type du benzoyle et le type du phénol. Les dérivés de ces deux séries se retrouvent en effet dans les différentes réactions, et leur nature dépend de celle des agents employés. Ainsi, par exemple, la distillation sèche fournit, 1° de l'acide benzoïque; 2° du phénol. L'action de l'acide nitrique produit, pour la première série, hydrure de benzoyle, acide benzoïque, et un corps isomère de l'acide benzoïque; pour la seconde série, de l'acide nitropicrique. L'action de l'acide chromique donne naissance, d'un côté, à de l'hydrure de benzoyle et de l'acide benzoïque, de l'autre côté, à de l'acide carbonique, de l'acide formique provenant de la destruction complète de la série du phénol.

» L'analyse du benjoin, faite d'après la méthode d'Unverdorben, a donné pour deux échantillons différents les résultats suivants:

	I	II.
Acide benzoïque.	14,0	14,5
Résine α soluble dans l'éther.	52,0	48,0
Résine β soluble seulement dans l'alcool. . .	25,0	28,0
Résine γ soluble dans une solution de carbonate sodique.	3,0	3,5
Résine brune déposée par l'éther.	0,8	0,5
Impuretés.	5,2	5,5
	100,0	100,0

» La composition du benjoin doit évidemment être variable, puisque les larmes blanches ne sont formées que par la résine α, et contiennent de 8 à 12 pour 100 d'acide benzoïque, tandis que les parties brunes contiennent les deux résines α et β, et jusqu'à 15 pour 100 d'acide.

» La distillation sèche d'un mélange des résines bien débarrassées de leur acide fournit, en conduisant l'opération avec ménagement:

» 1°. Une matière grasse, onctueuse, qui paraît être la matière odorante du benjoin;

» 2°. Une matière cristalline en partie dissoute dans un liquide huileux. Ce liquide est d'abord incolore ou légèrement rosé; mais vers la fin de l'opération, la température s'élevant progressivement, il devient de plus en plus épais et d'une couleur plus foncée. On parvient à opérer la séparation des cristaux et de l'huile, moyennant une solution alcaline faible. L'huile se sépare, et l'on a une solution saline dont les acides puissants précipitent de nouveau la matière cristalline; celle-ci, purifiée et analysée, possédait les caractères et la composition de l'acide benzoïque $C^{14}H^{12}O^{4}$. L'huile, purifiée par rectification et déshydratée, possédait toutes les propriétés du phénol, ainsi que sa composition $C^{12}H^{12}O^{2}$. En effet, elle bout vers 200 degrés, a une odeur semblable à la créosote, coagule l'albumine, et colore le bois de sapin en bleu lorsqu'on l'arrose ensuite d'acide chlorhydrique, etc.

» L'action de l'acide nitrique sur les résines est extrêmement énergique, surtout au commencement. La matière se boursoufle, jaunit en dégageant beaucoup de vapeurs nitreuses, et l'on obtient une masse jaune-orange cassante, très-poreuse, d'une saveur extrêmement amère. Cette masse est un mélange de plusieurs corps ayant beaucoup de ressemblance, et qu'il est difficile de séparer les uns des autres. La réaction étant devenue plus lente, on peut introduire cette masse jaune dans une cornue, et la traiter par de nouvelles quantités d'acide nitrique; on cohobe trois ou quatre fois, et enfin on distille presque à siccité.

» Dans le récipient se trouve alors un liquide acide, contenant des cristaux d'acide benzoïque, de l'hydrure de benzoyle, de l'acide hydrocyanique et de l'acide nitrique.

» En versant le résidu de la cornue dans trois ou quatre fois son volume d'eau bouillante, la résine non attaquée s'en sépare, et, après l'avoir enlevée, on a une solution jaune qui, par le refroidissement, laisse déposer une belle poudre jaune amorphe. La liqueur filtrée, neutralisée par du carbonate potassique, fournit aussitôt une abondante cristallisation de nitropicrate potassique. Les eaux mères alcalines, séparées des cristaux et concentrées aux trois quarts, après avoir été rendues acides par l'acide nitrique, laissent de nouveau déposer la poudre jaune, mais souillée d'une quantité notable de résine. Quant à la résine non attaquée, on l'épuise par l'eau bouillante et on la soumet de nouveau à l'action de l'acide nitrique, qui reproduit les mêmes phénomènes. L'existence de l'acide nitropicrique $C^{12}H^{4}N^{6}O^{13} + H^{2}O$ fut parfaitement constatée par ses propriétés et celles de ses sels. Le nitropicrate potassique fut obtenu en très-beaux cristaux bien développés, d'une couleur brune à reflets irisés. Le sel plombique neutre, qui est assez soluble et cristallise en aiguilles, fut obtenu par double décomposition de l'acétate plombique acide et de nitropicrate potassique. Il est très-détonant. Sa formule est

$$C^{12}H^{4}N^{6}O^{13} + PbO + H^{2}O.$$

» La poudre jaune se comporte comme un acide; elle est très-soluble dans l'eau et se dépose par le refroidissement en une poudre amorphe : elle est également très-soluble dans l'alcool et l'éther. Elle forme, avec les bases métalliques, des précipités colorés, qui fusent légèrement quand on les soumet à la chaleur. La composition constamment variable de ce corps, ainsi que de ses sels, d'après un examen plus attentif, démontra que la coloration jaune, qui est très-intense et se fixe avec une stabilité remarquable sur les tissus animaux, n'était pas une partie intégrante de la poudre amorphe, mais que par des solutions et des précipitations très-souvent répétées, on parvenait à opérer une séparation. Cette séparation est surtout due à la propriété de la matière nitrogénée jaune, de se résinifier par le contact de l'air ou de rester en plus grande quantité dans les eaux mères.

» On obtient finalement une poudre blanche amorphe, d'une saveur légèrement acide et piquante, plus soluble à chaud qu'à froid dans l'eau, très-soluble dans l'alcool et l'éther. Elle sature les bases, forme avec les alcalis des sels incristallisables, et avec les oxydes métalliques des précipités peu solubles; les acides en séparent de nouveau le corps à l'état amorphe.

» Cette matière est remarquable en ce qu'elle possède la même composition que l'acide benzoïque, et que par la chaleur elle se transforme complétement, et sans laisser le moindre résidu, en ce dernier corps.

» Ainsi, en chauffant la matière sèche dans une petite cornue, elle fond d'abord, mais en se couvrant de petites paillettes cristallines; en chauffant davantage, il y a ébullition et le tout distille : le produit recueilli est actuellement tout à fait cristallin; dissous dans l'eau, il cristallise en belles paillettes; en un mot, on a exactement de l'acide benzoïque.

» Cette transformation a lieu également avec l'acide impur; seulement la matière colorante jaune se détruit alors en donnant des produits volatils ayant l'odeur d'amandes amères, et en laissant un fort résidu de charbon. Quelquefois cette décomposition se fait avec violence et dégagement de chaleur et de lumière.

» L'acide sulfurique concentré dissout les résines en formant une couleur rouge-cramoisi. Par l'eau, la majeure partie de la résine se dépose avec une couleur violette. L'acide saturé par le carbonate de chaux donne un sel de chaux soluble, ce qui indique la présence d'un acide copulé. La résine colorée se laisse décomposer elle-même en d'autres résines. Cette réaction mérite un nouvel examen. »

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Note sur l'étirage à froid de tuyaux en cuivre, tôle, etc.; par* M. H. Ledru.

(Commissaires, MM. Poncelet, Piobert, Séguier.)

« J'ai l'honneur de soumettre à l'examen de l'Académie des Sciences un nouveau système de tuyaux, dits *tuyaux étirés à froid*, dont je suis l'inventeur et dont je dirige la fabrication.

» Le plus grand avantage de ces tuyaux est une économie importante sur tous les autres modes de tuyaux employés jusqu'à ce jour. Si je cite isolément cet avantage, c'est qu'il me paraît être comme la pierre de touche de l'importance réelle, de l'utilité pratique et de l'avenir de tout produit industriel.

» Les *tuyaux étirés à froid* peuvent se fabriquer en *tôle noire*, en *cuivre* ou en matière métallique de toute nature, une fois laminée; mais c'est surtout en tôle galvanisée qu'ils trouvent leur principale application, et c'est en effet le fer galvanisé qui leur a donné naissance.... Tout ce que l'Académie des Sciences avait prédit de l'inoxydabilité, de la durée et de l'utilité du fer soumis à l'opération de la galvanisation, s'est réalisé et a été confirmé

par le temps aux yeux des plus incrédules. Aujourd'hui l'expérience justifie, par son autorité sans réplique, les conclusions d'un Rapport fait au mois de juillet 1839 par le célèbre Dulong; à savoir, que la *tôle galvanisée présentait tous les avantages du zinc, sans en offrir les inconvénients.*

» Parmi les produits les plus importants de la galvanisation du fer, se placent tous les articles de fumisterie, les tuyaux pour descente de bâtiments et tous les autres genres de conduits pour l'eau, le gaz et la vapeur. La consommation sans limite et sans terme des tuyaux pour une multitude d'usages de chaque jour m'avait frappé. En effet, fluides, liquides et solides même, tout ce que l'homme destine à une circulation contenue, s'emprisonnent dans les parois d'un tuyau.

» Cependant les imperfections des divers modes de tubage et la cherté de quelques genres spéciaux étaient notoires. Il me vint à l'idée que les ressources du banc à étirer, combinées avec un système d'agrafure double et continu, dans lequel les deux bords recourbés d'un coulisseau recevraient en sens inverse les deux bords recourbés du tube dans toute sa longueur, divisant ainsi la pression qui tend à les disjoindre, et trouvant dans la pression même une force de résistance prolongée, puisque cette pression agit sur le coulisseau, le resserre de plus en plus et tend à l'empêcher de lâcher prise par une sorte de balancement de deux effets contraires; il me sembla, dis-je, que ces données pouvaient me conduire à l'invention d'un genre de tuyaux qui, à l'économie, condition si importante, joindrait les avantages de la solidité, de l'étendue en longueur, de la rectitude et de la propreté, résultat des surfaces lisses et sans clouures.

» La solidité de mon système d'agrafure se démontre, ce me semble, par la description même; les qualités bien reconnues, aujourd'hui, du fer galvanisé, garantissent la durée de mes tuyaux. Au besoin, ils se soudent parfaitement à l'étain ou se brasent au cuivre; je ne laisse d'ailleurs sortir des ateliers aucun tuyau qu'il n'ait été éprouvé à une pression de *quinze atmosphères.*

» La longueur inusitée de ces tubes, et l'aspect agréable de nouveauté qu'offrent à la vue ces longs développements de 8 à 9 mètres d'un seul bout, ce qui n'avait jamais été exécuté auparavant, ne seront pas, je l'espère, un des moindres titres de mes produits à la faveur de l'Académie comme du public. En effet, ces tubes qu'on peut obtenir de toute dimension donnent une sorte d'élégance et de propreté extérieure à des produits communs, restés jusqu'à ce jour dans un grand état d'imperfection et de négligence : je veux parler des tuyaux de poêles. Non-seulement les miens ne

laissent plus échapper ni bistre ni fumée, puisqu'il n'est pas de tuyau de poêle qui ne puisse être fait d'un seul morceau, mais ils n'offrent plus de trace de ces nombreux emboîtages et de ces clous difformes qui les déparaient. Leur prix étant le même que celui des tuyaux ordinaires, j'aurai la satisfaction de procurer aux classes peu aisées, sans les induire à plus grande dépense, tout à la fois un embellissement et l'exemption de plusieurs incommodités.

» Mais c'est surtout dans les entreprises importantes, conduites d'eau, de gaz ou de vapeur, que cet avantage acquiert un très-grand prix. Il existe bien évidemment pour ces conduites diverses, d'autant moins de chances de fuites qu'il y a moins de points de jonction : quelle supériorité sur tous les autres tuyaux offrent donc en ce cas les tuyaux déjà étirés, au besoin, en bouts de 8 à 9 mètres! Chaque tuyau est d'ailleurs muni, à l'une des extrémités, d'une douille, ou manchon, pour recevoir et joindre le tuyau qui doit faire suite. Outre tous les moyens de soudure, le système de *vissage* s'y adapte avec une grande facilité.

» La grande malléabilité du plomb et la cherté des autres modes de tuyau avaient assuré jusqu'à ce jour à ce métal un emploi presque exclusif. Ce motif n'existe plus, puisque le bon marché est du côté de mes tuyaux; quant à la facilité du travail, elle ne se rencontre pas moins dans leur emploi, à l'aide de coudes de toutes dimensions, de tous les angles et de toutes les formes, qui en rendent la pose aussi simple que prompte et solide. Mais combien d'avantages les *tuyaux étirés à froid* n'ont-ils pas aussi sur ceux en plomb, outre l'avantage de la légèreté! Ils n'ont pas l'inconvénient d'être facilement écrasés par le moindre poids ou le moindre choc, percés par des clous, rongés par les rats ou fondus à la première chaleur d'un incendie, et, j'ajouterai, de devenir la proie des voleurs au détriment moral des ouvriers fidèles.

» J'ai pensé que l'Académie, à cause de la simplicité de l'œuvre, accueillerait avec intérêt un dessin de la machine qui sert à confectionner mes tuyaux et la machine elle-même; la description achèvera ce que les traits du crayon auraient laissé imparfait.

» Une feuille de tôle à peine cintrée, au milieu de laquelle on pose un mandrin du diamètre nécessaire, se présente devant cette machine, s'y engage en entraînant l'agrafe qui doit opérer sa fermeture sur toute la longueur, et, par un seul étirage, ressort en tuyau tel, qu'on ne saurait le faire à la main ni par aucun autre moyen connu jusqu'à ce jour.

» Qu'on se figure le travail de la charrue du Brabant, labourant avec deux socs au lieu d'un seul; ramenant de droite et de gauche et recourbant

la tôle en dedans d'un sillon situé au centre, de la même manière qu'en un sens opposé elle rejette et retourne la terre en dehors. Dans cette espèce de *filière charrue*, de labour mécanique, c'est le sillon, autrement dit le coulisseau devant servir d'agrafe, qui marche, et c'est l'outil, représentant le soc, et placé en saillie perpendiculaire à la partie supérieure de la filière, qui demeure immobile; la tôle, pour s'arrondir en tube et franchir la filière, tend à réunir ses bords, entre lesquels l'outil résiste; pressés alors fortement contre cet obstacle, au lieu de se joindre, ils se trouvent forcés de se replier à l'intérieur en forme de X sous les bords de l'agrafe. Une seconde filière d'un calibre plus étroit reçoit le tuyau dans cette position, complète par une pression plus forte sa jonction, en faisant disparaître l'intervalle qui a livré passage à l'outil, et achève alors sur le mandrin l'aplatissement des bords de l'agrafe et des bords du tube emboîtés les uns dans les autres; leur adhérence devient telle, qu'à l'œil ils ne semblent plus former qu'un seul corps, et ce système de fermeture longitudinal est si parfait, que l'agrafe se trouve la partie la plus solide du tuyau; or on sait que tous les autres genres de tuyaux pèchent surtout par la ligne de jonction.

» Avant de terminer, je demande à l'Académie la permission d'attirer aussi son attention et de solliciter son jugement sur des gouttières à double bordure, qui sont un des produits du même système et qui, sans coûter plus que les gouttières employées jusqu'à ce jour, ont sur celles-ci les mêmes avantages de propreté, de régularité, de longueur et de bonne confection. »

PHYSIQUE. — *Mémoire sur un cas de foudre arrivé à Ille, département des Pyrénées-Orientales; par* M. l'abbé **Chapsal.**

(Commissaires, MM. Arago, Pouillet, Babinet.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique** accuse réception du Rapport sur les résultats scientifiques du voyage en Abyssinie de MM. *Galinier* et *Ferret.*

MINÉRALOGIE. — *Sur deux nouveaux métaux, le* Pelopium *et le* Niobium, *découverts dans les tantalites de Bavière.* (Extrait d'une Lettre de M. **H. Rose.**)

« J'ai trouvé, dans le tantalite de Bavière, deux nouveaux métaux; mais,

dans le Mémoire que je vous envoie, il n'est question que d'un seul de ces métaux. L'oxyde du second métal auquel, en attendant, j'ai donné le nom d'*oxyde de pelopium*, ressemble beaucoup à l'acide tantalique; quoique je sois bien persuadé qu'il en diffère, j'entreprendrai cependant une série d'expériences pour constater d'une manière précise leur dissemblance.

» Il y a plus de quatre ans que je m'occupe de la recherche des tantalites de différentes localités et des acides tantaliques qu'on en retire. Une observation de mon frère m'a décidé à entreprendre ces recherches. Il a trouvé que les tantalites de Bodenmais, en Bavière, et les tantalites de l'Amérique du Nord ont la même forme cristalline que le wolfram. J'ai trouvé moi-même que les tantalites de la même localité, ou des localités différentes, ayant la même forme cristalline et la même composition chimique, diffèrent entre eux par leur poids spécifique.

» L'analyse de ces différents tantalites fut exécutée par le procédé de M. Berzelius, en fondant le minerai réduit en poudre très-fine avec du bisulfate de potasse dans un creuset de platine.

» Pour acquérir une idée juste sur la composition des tantalites de Bavière et de l'Amérique du Nord, il fallait soumettre l'acide tantalique obtenu à des recherches très-précises. Si l'on compare la quantité d'oxygène de l'acide tantalique obtenu de ces localités avec la quantité d'oxygène des bases du protoxyde de fer et du protoxyde de manganèse, on remarque que le rapport qui existe entre eux n'est pas simple. Ce rapport est, au contraire, simple dans les tantalites de Finlande, il est de 3 : 1.

» M. Henri Rose suppose que l'acide tantalique obtenu des tantalites de Finlande seul est un acide pur, ne contenant pas d'autres substances mélangées; ses caractères ont été décrits par M. Berzelins, et c'est à lui seul qu'il faut conserver le nom d'acide tantalique. L'acide obtenu des tantalates de Bavière est composé de deux acides dont un ressemble beaucoup à l'acide tantalique retiré des tantalites de Finlande, et qui sera le sujet d'un prochain Mémoire; l'autre ressemble aussi à l'acide tantalique, mais diffère de lui dans beaucoup de points essentiels. C'est l'oxyde d'un métal qui diffère des métaux connus. Je le nomme *Niobium*, et son acide, *acide niobique*, du nom de Niobé, fille de Tantale, nom qui rappelle la ressemblance de deux métaux et de leurs oxydes.

» L'acide tantalique et l'acide niobique sont deux acides métalliques qui, par leurs propriétés, ressemblent le plus à l'acide titanique et au bioxyde d'étain. Tous les quatre ont probablement la même composition atomique. Tous les deux calcinés à l'état d'hydrate présentent le phénomène d'ignition. Tous

les deux, avant et après la calcination, sont blancs. L'acide tantalique chauffé se colore légèrement en jaune; l'acide niobique, au contraire, prend une couleur jaune très-prononcée. Tous les deux, après le refroidissement, deviennent incolores. L'acide tantalique présente, après la calcination, une poudre blanche sans aucun éclat. L'acide niobique, au contraire, présente des morceaux d'un très-grand éclat, d'un éclat pareil à celui de l'acide titanique précipité par l'ammoniaque et calciné, avec cette différence que l'acide titanique apparaît avec une couleur brunâtre, tandis que l'acide niobique reste incolore.

» Les acides tantalique et niobique se combinent aisément avec les alcalis; fondus avec les carbonates alcalins, ils chassent l'acide carbonique. L'acide niobique forme cependant une combinaison plus fusible.

» Ces combinaisons sont solubles dans l'eau, solubles dans un excès d'une dissolution de potasse caustique ou de carbonate de potasse, mais difficilement solubles dans un excès de soude caustique ou de carbonate de soude. Cependant le niobate de soude est bien plus insoluble ou presque insoluble dans un excès d'une dissolution de soude.

» Les acides précipitent de ces dissolutions les acides tantalique et niobique. L'acide sulfurique à chaud précipite les deux acides complétement; mais à froid il précipite l'acide tantalique partiellement, tandis qu'il précipite complétement l'acide niobique. L'acide chlorhydrique à froid ne produit qu'un trouble dans une dissolution de tantalate de soude; un excès d'acide fait même disparaître ce trouble : à chaud il précipite l'acide tantalique, mais incomplétement. Dans une dissolution de niobate de soude, il produit à froid un trouble très-considérable, sans précipiter tout l'acide niobique; mais à chaud il précipite ce dernier d'une manière complète.

» L'acide oxalique ne produit aucune réaction dans les deux dissolutions alcalines, tandis que l'acide acétique y produit des précipités.

» Le chlorhydrate d'ammoniaque produit des précipités.

» Si l'on verse dans une dissolution de tantalate de soude, aiguisée par l'acide chlorhydrique ou l'acide sulfurique, une infusion de noix de galle, on produit un précipité jaune clair. Dans une dissolution de niobate de soude, ce réactif produit un précipité jaune-orange foncé, qui a quelque ressemblance avec le précipité formé, dans les mêmes circonstances, dans une dissolution d'acide titanique.

» Les deux précipités se dissolvent dans les alcalis caustiques.

» La teinture de noix de galle est le meilleur réactif pour découvrir de petites quantités d'acide tantalique ou d'acide niobique dans les dissolutions

acides. Mais il est à remarquer que la présence de l'acide oxalique ou d'un autre acide organique non volatil, empêche la formation du précipité au moyen de la noix de galle.

» Le cyanure de fer et de potassium jaune produit dans une dissolution de tantalate de soude rendue acide par quelques gouttes d'acide sulfurique, un précipité jaune floconneux qui est un peu soluble dans un grand excès d'acide chlorhydrique; dans une dissolution de niobate de soude, il produit un précipité rouge très-prononcé, qui par sa couleur ressemble au précipité que fait naître la noix de galle dans la même dissolution.

» Le cyanure de fer et de potassium rouge produit dans une dissolution de tantalate de soude un précipité blanc floconneux; dans une dissolution de niobate de soude, un précipité jaune très-prononcé.

» Si l'on plonge dans une dissolution de tantalate de soude rendue acide une lame de zinc, rien ne se manifeste; après quelque temps, il se forme un dépôt blanc, c'est de l'acide tantalique qui se précipite quand l'excès d'acide ajouté vient dissoudre l'oxyde de zinc formé. Dans une dissolution de niobate de soude rendue acide par un peu d'acide sulfurique ou d'acide chlorhydrique, le zinc produit un précipité bleu. Avec le temps, ce précipité passe au brun. Le perchlorure de tantale, préparé au moyen de l'acide tantalique du charbon et du chlore, est jaune, très-fusible et très-volatil.

» Le perchlorure de niobium, préparé de la même manière, est incolore, infusible et très-peu volatil.

» Si l'on fait passer sur du perchlorure de tantale de l'ammoniaque sèche, ce gaz est absorbé, mais l'absorption ne se fait pas rapidement, et le perchlorure s'échauffe moins que ne le font les chlorures métalliques, liquides et volatils placés dans les mêmes circonstances; ce n'est pas que le perchlorure n'ait pas une grande affinité pour l'ammoniaque, mais la nouvelle combinaison formée, entoure le perchlorure de tantale solide et empêche la réaction de se propager. Si l'on chauffe cette nouvelle combinaison, on obtient du tantale métallique, et en même temps, il se dégage du chlorhydrate d'ammoniaque. Par un lavage à l'eau, on le débarrasse du chlorhydrate d'ammoniaque. Chauffé à l'air, il se change en acide tantalique en présentant le phénomène d'ignition. La réduction du tantale exige une bien plus grande chaleur que celle du titane dans des circonstances semblables. Le tantale obtenu se présente sous l'aspect de croûtes noires; l'eau est sans action sur lui.

» Le perchlorure de niobium, exposé à l'action de l'ammoniaque sèche, jaunit et s'échauffe fortement, parce que, étant infusible, il présente une plus

grande surface à l'action de l'ammoniaque. La nouvelle combinaison chauffée noircit à l'instant en dégageant du chlorhydrate d'ammoniaque. La réduction se fait à une température bien plus basse que celle du tantale. Le métal réduit se présente sous la forme d'une poudre noire. Lavé à l'eau pour le débarrasser du chlorhydrate d'ammoniaque; l'eau de lavage passe claire tant que le métal est souillé de chlorhydrate d'ammoniaque; dès qu'on approche du terme de lavage, l'eau se trouble. On pare à cet inconvénient en ajoutant quelques gouttes d'alcool à l'eau de lavage. Chauffé à l'air, il brûle avec ignition et se change en acide niobique blanc. L'acide nitrique et l'eau régale sont sans action sur lui, même en faisant bouillir le tout; mais il est attaqué avec un dégagement de vapeurs rutilantes par un mélange d'acide azotique et d'acide fluorhydrique. Le tantale se comporte, du reste, de la même manière avec ces acides.

» Si l'on admet pour l'acide tantalique et l'acide niobique la même composition atomique, le poids du niobium est plus élevé que celui du tantale. »

CHIMIE. — *De l'action du charbon sur les solutions métalliques ; par* M. A. CHEVALLIER.

« On sait que la découverte de la propriété décolorante du charbon végétal est due à Lowitz, que celle du charbon animal fut annoncée par Kehls (*Journal de Physique*, 1793) et mieux appréciée par Figuier en 1810; enfin qu'elle a été le sujet de travaux d'une haute importance dus à MM. Payen, Bussy et Desfosses, qui obtinrent en 1822, les deux premiers le prix, et le troisième la médaille d'encouragement décernés par la Société de Pharmacie de Paris.

» En s'occupant de travaux sur le charbon, M. Payen reconnut que ce corps jouissait de la propriété d'enlever la chaux et les sels de chaux aux liquides qui contiennent ces produits lorsqu'ils étaient soumis à l'action du charbon.

» M. Lassaigne reconnut plus tard (*Journal de Chimie médicale*, t. IX, p. 707) que le charbon mis en contact avec de l'iodure d'amidine et avec une dissolution d'iode, se combinait à l'iode, l'enlevait aux liquides, de façon qu'on ne retrouvait plus de traces de ce corps dans les liquides traités par le charbon.

» M. Berzelius s'est aussi occupé de l'action du charbon, et voici comment il s'exprime à ce sujet : « On n'a point encore examiné avec tout le » soin nécessaire quelles sont les substances que le charbon sépare de leur

» dissolution dans l'eau, et quelles sont celles qu'il ne précipite point; il » paraît, d'après les observations recueillies jusqu'à ce jour, qu'il agit sur » les substances d'origine organique, principalement sur les substances co- » lorantes et odorantes, telles que le bois de Fernambouc, la cochenille, le » tournesol, l'indigo dissous dans l'acide sulfurique, la couleur rouge du » vin, la couleur brune qui teint les dissolutions du salpêtre, du sucre et » de l'acide succinique, les effluves fétides des corps en putréfaction, les » huiles empyreumatiques, celle de l'eau-de-vie de grain et de diverses » huiles volatiles végétales; mais Graham a démontré que cette propriété » s'étend même jusqu'à des corps inorganiques; il a trouvé, par exemple, » que le charbon précipite l'iode de sa solution dans l'iodure potassique, la » chaux de l'eau de chaux (1), le nitrate plombique neutre et tous les sous- » sels métalliques sur lesquels il a opéré, de leur dissolution soit dans l'eau, » soit dans un mélange de ce liquide avec l'ammoniaque, et que la précipitation » se faisait d'une manière tellement complète, qu'il ne reste plus rien dans » la liqueur; au contraire, l'acide arsénieux et plusieurs sels neutres ne sont » pas précipités de leur dissolution aqueuse; il serait d'autant plus impor- » tant que l'on déterminât quels sont les corps, tant minéraux qu'organi- » ques, qu'il est possible de précipiter par ce moyen, qu'on pourrait peut- » être appliquer cette propriété du charbon dans l'analyse chimique (2). »

---

(1) Ces faits avaient été signalés, l'un par M. Lassaigne, l'autre par M. Payen.

(2) M. Pelouze a eu la complaisance de nous faire traduire ce que dit M. Graham au sujet du charbon; voici ce passage (*Du charbon animal*, Graham, page 302):

« La propriété remarquable que possède le charbon animal d'absorber les matières en » dissolution est due certainement à une attraction de surface qui peut vaincre néanmoins » des affinités chimiques de quelque intensité. Les matières entraînées par le charbon res- » tent attachées à sa surface sans être décomposées ou altérées dans leur nature; car si on » neutralise le sulfate d'indigo et qu'on le filtre à travers le charbon, la totalité de la ma- » tière colorante est retenue par celui-ci et la liqueur passe incolore; mais une solution » alcaline peut enlever la matière colorante au charbon et la faire rentrer en dissolution. Le » charbon animal entraîne les matières suivantes : *la chaux en solution dans l'eau*, l'iode » dissous dans l'iodure de potassium, les sous-sels de plomb solubles et les oxydes métal- » liques dissous dans l'ammoniaque et la potasse caustique. Mais il n'y a que peu ou point » d'action sur la plupart des sels neutres. Le noir animal peut avec le temps réagir sur les » substances qu'il entraîne, probablement à cause de l'intimité du contact; aussi il réduit » l'oxyde de plomb à l'état métallique, et cela même en un assez court espace de temps. » Suivent les propriétés chimiques et physiques du carbone, ses usages, etc.

On verra, par ce travail, que M. Graham n'est pas d'accord avec les résultats que nous avons obtenus de nos recherches.

» Nous ne connaissions pas les observations de M. Graham, lorsqu'en 1843 nous reconnûmes, en opérant sur des vins acides contenant des sels de plomb, que ces vins, lorsqu'ils étaient décolorés par le charbon, ne contenaient plus de ce métal; c'est ce fait qui nous a porté à faire les expériences que nous allons décrire ici.

» Les essais que nous avons faits ont porté sur le charbon végétal, sur le charbon animal lavé et non lavé; ces expériences ont été faites, dans quelques cas, à froid; dans d'autres cas, à l'aide de la chaleur.

» Nous avons agi *sur l'eau, sur le vin, sur l'alcool, sur l'acide acétique*, et nous avons reconnu : 1° que le charbon végétal enlevait les sels de plomb, l'acétate et l'azotate contenus dans tous ces liquides (1);

» 2°. Que cette séparation qui avait lieu à froid se faisait beaucoup plus rapidement en s'aidant de l'action de la chaleur;

» 3°. Qu'il faut une plus grande quantité de charbon végétal pour enlever ces sels des liquides qui les contiennent, qu'il ne faut de charbon animal;

» 4°. Qu'il a fallu, pour enlever à froid 50 eentigrammes d'acétate de plomb dissous dans 100 grammes d'eau, 5 grammes de charbon végétal et cinq jours de contact;

» 5°. Qu'il a fallu, pour enlever à 100 grammes d'eau distillée 50 centigrammes d'azotate de plomb, six jonrs de contact et 10 grammes de charbon végétal;

» 6°. Qu'il a fallu, pour enlever à froid à 100 grammes d'eau 1 gramme d'acétate de plomb, 1 gramme de charbon animal non lavé et quarante-huit heures de contact;

» 7°. Qu'il a fallu, pour enlever à froid à 100 grammes d'eau 50 centigrammes d'azotate de plomb, 2gr,50 de noir animal non lavé et quarante-huit heures de contact;

» 8°. Qu'il a fallu, pour enlever à froid à 32 grammes d'alcool 50 centigrammes d'acétate de plomb, 1 gramme de charbon non lavé et vingt-quatre heures de contact;

» 9°. Qu'il a fallu, pour enlever à froid à 50 grammes de vinaigre 50 centigrammes d'acétate de plomb, 1 gramme de charbon et vingt-quatre heures de contact;

---

(1) Nous continuons les essais que nous avons entrepris sur les sels de fer, de cuivre, de zinc, de mercure, d'arsenic, d'antimoine, etc.; enfin, nous comptons aussi examiner l'action du charbon sur les alcalis organiques, etc.

» 10°. Que des essais faits avec l'acide azotique et chlorhydrique nous ont démontré que le charbon n'enlève pas à ces acides le plomb qu'ils contiennent en solution;

» 11°. Que des essais faits avec le noir lavé et épuisé de phosphate et de carbonate de chaux nous ont démontré qu'il fallait: A. 1 gramme de noir lavé et vingt-quatre heures de contact pour enlever à 100 grammes d'eau 50 centigrammes d'acétate de plomb;

» B. Qu'il fallait $2^{gr},50$ de noir lavé et quarante-huit heures de contact pour enlever à 100 grammes d'eau 50 centigrammes d'azotate de plomb;

» C. Qu'il fallait 1 gramme de noir lavé et vingt-quatre heures de contact pour enlever à 50 grammes d'alcool 50 centigrammes d'acétate de plomb;

» D. Qu'il fallait 1 gramme de noir lavé et vingt-quatre heures de contact pour enlever à 50 grammes de vinaigre 50 centigrammes d'acétate de plomb;

» E. Qu'il fallait 2 grammes de noir lavé et quarante-huit heures de contact pour décolorer 150 grammes de vin rouge contenant 50 centigrammes d'acétate de plomb, et lui enlever ce sel;

» 12°. Que des expériences faites à l'aide de la chaleur, il résulte pour nous:

» A. Qu'il faut 1 gramme de charbon animal non lavé et deux minutes d'ébullition pour enlever à 100 grammes d'eau 50 centigrammes d'acétate de plomb;

» B. Qu'il faut $2^{gr},50$ de charbon et deux minutes d'ébullition pour enlever à 100 grammes d'eau 50 centigrammes d'azotate de plomb;

» C. Qu'il faut 1 gramme de charbon non lavé et cinq minutes d'ébullition pour enlever à 50 grammes de vinaigre 50 centigrammes d'acétate de plomb;

» D. Qu'il faut 2 grammes de charbon non lavé et cinq minutes d'ébullition pour décolorer 150 grammes de vin rouge et lui enlever 50 centigrammes d'acétate de plomb.

» Des essais faits dans les mêmes conditions avec le charbon lavé nous ont démontré que ce corps enlève, comme le charbon non lavé, les sels de plomb à l'eau, au vinaigre et au vin, et qu'il ne faut que quelques minutes d'ébullition.

» Si l'on examine l'eau dans laquelle on a fait réagir le charbon lavé sur l'acétate et sur le nitrate de plomb, on reconnaît que cette eau contient de l'acide acétique libre si l'on a agi avec l'acétate, et de l'acide azotique si l'on a agi avec l'azotate.

» De plus, si l'on met en contact dans une cornue, 1° de l'acétate de

plomb, de l'eau et du charbon lavé, et qu'on porte à la distillation, on obtient de l'acide acétique; 2° de l'azotate de plomb, du charbon lavé et de l'eau, et qu'on agisse par distillation, on obtient de l'acide azotique. On retrouve encore, dans la liqueur où la décomposition s'est opérée et qui a été soumise à la distillation, de l'acide acétique libre dans le premier cas, et dans le second de l'acide azotique libre.

» Si l'on met en contact, 1° de l'eau, de l'acétate de plomb et du charbon lavé et pur, et qu'on laisse en contact en agitant de temps en temps, on remarque qu'il y a décomposition: l'oxyde de plomb se combine au charbon et on retrouve l'acide acétique libre dans la liqueur; 2° du nitrate de plomb, de l'eau et du charbon pur, qu'on laisse en contact en agitant de temps en temps, on remarque qu'il y a décomposition : l'oxyde de plomb se combine au charbon, et l'on trouve l'acide azotique libre dans la liqueur.

» Des essais d'application ont été faits, et on a reconnu que l'eau de fleur d'oranger du commerce, qui contient des sels de plomb, par suite de sa conservation dans des estagnons étamés avec de l'étain mêlé de plomb, peut être privée de ces sels par l'emploi du charbon; pour cela on la met en contact avec du charbon animal lavé, on agite à plusieurs reprises, on laisse déposer et on filtre.

» M. Naveteur, qui sur notre demande a fait des essais, a reconnu qu'on pouvait, avec quelques grammes (3 ou 4), enlever les sels de plomb contenus dans un estagnon contenant 25 litres de ce liquide (l'opération fut faite chez M. Muraour); l'eau ainsi privée de ces sels de plomb n'avait pas sensiblement perdu de son odeur.

» Nous avons répété cette opération dans notre laboratoire sur de l'eau de fleur d'oranger prise chez M. Durand et qui contenait des sels de plomb; le plomb fut enlevé par le charbon.

» Nous avons aussi fait des essais, 1° avec le charbon sulfurique préparé par le traitement de la chair, par l'acide à 66 degrés; 2° avec le charbon préparé par la carbonisation du foie de veau à vase clos. Nous avons reconnu, lors de ces essais, 1° que le charbon sulfurique, mis en contact à froid avec de l'eau contenant de l'acétate de plomb, a une action presque nulle, et que le sel plombique reste en dissolution dans le liquide; 2° que ce charbon employé à l'aide de la chaleur enlève une portion du plomb; 3° que le charbon de foie, soit à froid, soit à l'aide de l'ébullition, décompose en partie les sels de plomb, mais que la séparation n'est pas complète.

» De ce qui précède il semble résulter pour nous : 1° que le charbon végétal, 2° que le charbon animal non lavé, 3° que le charbon animal lavé et

séparé des carbonates et des phosphates, charbons qui, comme on le sait, forment des combinaisons avec les matières colorantes, combinaisons qui sont insolubles et qui se précipitent, sont aussi susceptibles de s'unir à des oxydes métalliques, de les séparer des solutions dans lesquelles ces oxydes se trouvent combinés aux acides, et de former des combinaisons insolubles en mettant l'acide en liberté.

» Cette propriété du charbon de s'emparer des oxydes métalliques a dû, dans divers cas de chimie judiciaire, être la cause d'erreurs; en effet, dans un grand nombre de cas, les auteurs imposent l'obligation de décolorer, par le charbon, les liqueurs dans lesquelles on doit rechercher des sels métalliques qui sont susceptibles d'être enlevés par le charbon; cette indication de l'emploi de ce corps existe non-seulement dans des ouvrages anciens, mais dans des ouvrages récemment publiés et que nous avons sous la main; là on trouve *la prescription formelle de décolorer par ce corps des liquides dans lesquels on doit déterminer la présence d'un sel de plomb et d'autres sels métalliques.* »

CHIMIE. — *Sur les phénomènes chimiques de la digestion; par* MM. **C. Bernard**, de Villefranche, *et* **C. Barreswil**. (Deuxième Mémoire.)

« Dans un premier Mémoire, que nous avons eu l'honneur de soumettre au jugement de l'Académie, nous avons démontré expérimentalement que le suc gastrique ne se borne pas seulement à dissoudre les matières alimentaires, mais qu'il les modifie en même temps d'une manière plus profonde et les prépare ainsi aux phénomènes ultérieurs de l'assimilation.

» Ce premier fait une fois établi, nous nous sommes proposés d'étudier le mode d'action spéciale que le suc gastrique exerce sur les principaux aliments simples. Mais avant d'entreprendre cette étude, il nous a paru indispensable de nous fixer d'une manière positive sur la constitution chimique du fluide gastrique, au sein duquel ces transformations s'opèrent.

» La réaction acide constante que présente le suc gastrique, constitue une de ses propriétés essentielles; on sait, en effet, que le suc gastrique, neutralisé par un alcali ou par un carbonate alcalin, perd tout à fait ses propriétés digestives; qu'on peut lui rendre, toutefois, en rétablissant la réaction acide. D'un autre côté, on acquiert la certitude que l'acidité n'est qu'un seul des éléments de l'activité du suc gastrique, car en soumettant ce fluide pur à une température voisine de l'ébullition, il perd également ses propriétés digestives, non plus par l'absence de la réaction acide, qui reste la même,

mais parce qu'on agit alors sur un autre de ses principes qui est essentiellement modifiable par la chaleur.

» D'après ces deux faits capitaux, nous admettons, sauf à le démontrer plus loin, que le suc gastrique doit l'ensemble de ses propriétés à la réunion de deux principes inséparables dans leur action, savoir: 1° une substance à réaction acide; 2° une matière organique particulière destructible par la chaleur. Nous ne nous occuperons ici que de la cause de la réaction acide du suc gastrique.

» Deux opinions règnent aujourd'hui dans la science sur la cause de l'acidité du suc gastrique: dans l'une, on admet que ce caractère est dû à la présence du biphosphate de chaux; dans l'autre, on l'attribue à un acide existant dans le suc gastrique à l'état de liberté.

» Le fait principal sur lequel on s'appuie pour nier l'existence d'un acide libre dans le suc gastrique, et pour y admettre seulement la présence du biphosphate de chaux, consiste en ce que le suc gastrique peut être traité par le carbonate de chaux en excès sans produire de dégagement d'acide carbonique. Nos expériences nous ont montré que les choses ne se passaient ainsi qu'à cause de la dilution excessive de l'acide du suc gastrique, ce qui permettait aux petites quantités d'acide carbonique produit de se dissoudre au fur et à mesure de sa formation. Il nous a suffi, en effet, de concentrer préalablement le suc gastrique, pour obtenir avec la craie une effervescence manifeste. De plus, nous avons observé que le suc gastrique dissout le phosphate neutre de chaux, et nous nous sommes assurés que ce sel est complétement insoluble dans le biphosphate de la même base. Nous avons conclu de ces expériences que le suc gastrique devait son acidité, non pas au biphosphate de chaux, mais à la présence d'un acide libre.

» Les auteurs qui ont admis dans le suc gastrique la présence d'un acide isolé, diffèrent d'opinion sur sa nature : les uns admettent l'acide acétique, le plus grand nombre le chlorhydrique, quelques-uns le phosphorique, d'autres enfin, le lactique.

» Nous avons successivement cherché à constater ces divers acides dans le suc gastrique. Avant d'indiquer la marche que nous avons suivie dans ces expériences, nous ferons observer que toutes ont été faites avec du suc gastrique très-pur pris à divers chiens bien portants.

» L'*acide acétique* étant un acide volatil, nous avons soumis le suc gastrique à la distillation, à une douce chaleur, avec les précautions convenables pour éviter les soubresauts et l'entraînement mécanique du liquide à distiller; les premiers produits recueillis et essayés au papier de tournesol, ne pré-

sentaient pas de réaction acide. Comme contre-épreuve nous avons distillé de l'eau très-faiblement acidulée par du vinaigre; le liquide qui passa le premier à la distillation avait une réaction manifestement acide. Le suc gastrique auquel nous avons ajouté une trace d'acide acétique et même d'acétate de soude, s'est comporté à la distillation de la même manière. Ayant saturé du suc gastrique par du carbonate de soude, puis évaporé la dissolution à sec et traité le résidu par l'acide arsénieux, nous n'avons pas remarqué l'odeur d'oxyde de cacodyle, qui est, comme on le sait, si caractéristique de l'acide acétique. D'après ces expériences, il nous semble prouvé que le suc gastrique ne contient pas d'acide acétique libre, et ne renferme pas non plus d'acétates.

» En réfléchissant que les premiers produits de la distillation du suc gastrique ne donnent jamais de liquide acide, nous avions été tentés d'invoquer ce même fait pour rejeter aussi la présence de l'acide chlorhydrique libre, parce que, suivant les idées admises, cet acide, qui est volatil, aurait dû passer dans les premiers instants. Cependant nous serions tombés dans l'erreur, comme on va le voir par l'expérience suivante. En effet, si l'on acidule très-légèrement de l'eau avec de l'acide chlorhydrique, et qu'on distille, on remarque qu'il ne passe d'abord à la distillation que de l'eau pure, tandis que l'acide qui se concentre dans les derniers produits ne se dégage qu'à la fin de l'opération. Ce fait imprévu nous détermina à distiller de nouveau le suc gastrique pur en poussant la distillation jusqu'à siccité. Voici ce qu'on observe alors : d'abord, et pendant presque toute la durée de l'expérience, il ne passe à la distillation qu'un liquide neutre, limpide, ne précipitant pas par le nitrate d'argent; puis, le suc gastrique étant évaporé à peu près au $\frac{4}{5}$, le liquide qui distille est sensiblement acide, mais ne précipite aucunement par les sels d'argent. Enfin, vers les derniers instants seulement, lorsqu'il ne reste plus que quelques gouttes de suc gastrique à évaporer, le liquide acide qui se produit donne, par les sels d'argent, un précipité manifeste qui ne fait pas disparaître l'acide nitrique concentré.

» Il n'est pas douteux que ce dernier produit soit de l'acide chlorhydrique, mais il restait à déterminer s'il existe dans le suc gastrique ou si, dans les circonstances de l'opération, il n'est pas produit par la décomposition d'un chlorure.

» Lorsqu'on ajoute au suc gastrique qui, comme on le sait, contient de la chaux, une proportion *minime* d'acide oxalique, on obtient un trouble évident dû à la formation de l'oxalate de chaux insoluble dans le suc gastrique, tandis qu'une égale quantité du même réactif ne produit aucun trouble dans de l'eau contenant deux millièmes d'acide chlorhydrique à laquelle on a

ajouté du chlorure de calcium. Cette seule expérience démontre évidemment que l'acide chlorhydrique existe à l'état de chlorure et ne se trouve pas à l'état de liberté dans le suc gastrique; nous aurons encore plus loin occasion de confirmer ce fait par d'autres expériences.

» L'*acide phosphorique* étant un acide fixe, nous avons dû également le rechercher dans le suc gastrique concentré par la distillation; ce résidu avait acquis une réaction extrêmement acide et faisait effervescence avec la craie, mais il ne perdait jamais entièrement sa réaction acide, malgré l'excès de carbonate calcaire. Ce caractère, ajouté à ceux qu'ont donnés les différents auteurs, indique positivement la présence de l'acide phosphorique dans le suc gastrique. Nous avons ensuite saturé du suc gastrique par la chaux et par l'oxyde de zinc, les liqueurs filtrées étaient neutres et nous ont présenté tous les caractères de la chaux et du zinc. Cette expérience prouve que l'acide phosphorique n'est pas le seul acide libre du suc gastrique; car s'il en eût été ainsi, en raison de l'insolubilité des deux phosphates, nous n'aurions trouvé ni chaux ni zinc dans le liquide filtré. Nous nous sommes assurés que les principes étrangers du suc gastrique, tels que le chlorure de sodium, ne masquaient en rien cette réaction.

» Pour déterminer maintenant la nature de l'acide qui, existant dans le suc gastrique, a pu donner naissance à des sels solubles de chaux et de zinc, nous devons nous rappeler que c'est un acide qui passe vers les derniers instants de la distillation et ne précipite pas les sels d'argent.

» L'*acide lactique* nous a présenté des caractères semblables; nous avons soumis à la distillation de l'eau acidulée par l'acide lactique, et retrouvé dans cette opération une analogie frappante avec les phénomènes qui se produisent dans la distillation du suc gastrique, savoir : que dans les premiers temps de la distillation il ne passe que de l'eau pure, puis vers la fin un liquide acide, et qu'il reste un résidu liquide fortement acide faisant effervescence avec les carbonates.

» En distillant de l'eau acidulée par l'acide lactique, à laquelle on avait ajouté un peu de chlorure de sodium, nous avons obtenu une analogie encore plus complète, c'est-à-dire que nous avons vu la distillation présenter trois périodes distinctes, absolument comme pour le suc gastrique; dans les premiers moments il ne passa que de l'eau pure, ensuite un acide ne précipitant pas par les sels d'argent, et les dernières gouttes de liquide entraînèrent de l'acide chlorhydrique.

» Cette expérience explique nettement la présence de l'acide chlorhydrique dans les produits ultérieurs de la distillation du suc gastrique; cet

acide provient, en effet, de la décomposition des chlorures par l'acide lactique dans des liqueurs concentrées. Si ce fait ne suffisait pas pour prouver que le suc gastrique ne contient pas d'acide chlorhydrique libre, l'expérience suivante lèverait tous les doutes à cet égard.

» Si l'on fait bouillir de l'amidon avec l'acide chlorhydrique, celui-ci perd bientôt la propriété de bleuir par l'iode, tandis que de l'acide lactique ne lui fait éprouver aucune modification, même après une ébullition prolongée.

» D'un autre côté, si l'on fait bouillir de l'amidon avec de l'acide chlorhydrique auquel on a ajouté un lactate soluble en excès, on remarque que la fécule reste inaltérée, comme si l'on opérait au sein de l'acide lactique. Cette expérience prouve à l'évidence que l'acide chlorhydrique ne peut exister à l'état de liberté en présence d'un lactate en excès. Par des épreuves semblables, on peut prouver que l'existence de l'acide chlorhydrique est de même inadmissible en présence d'un phosphate ou d'un acétate en excès.

» En résumant ces expériences, nous voyons que l'acide lactique et l'acide du suc gastrique présentent pour caractères communs d'être fixes au feu, d'être entraînés à la distillation par la vapeur d'eau, et de chasser l'acide chlorhydrique des chlorures. Poursuivant la comparaison entre ces deux acides, nous avons reconnu à l'acide du suc gastrique tous les caractères indiqués par M. Pelouze pour l'acide lactique; ces deux acides, en effet, donnent des sels de chaux, de baryte, de zinc, de cuivre, solubles dans l'eau; un sel de cuivre qui forme avec la chaux un sel double soluble dont la couleur est plus intense que celle du sel simple; un sel de chaux soluble dans l'alcool et précipitable par l'éther de sa dissolution alcoolique. D'après l'ensemble des caractères que nous venons d'énumérer, l'existence de cet acide nous paraît être aujourd'hui hors de contestation. Déjà M. Chevreul, et MM. Leuret et Lassaigne avaient signalé l'acide lactique dans le suc gastrique.

» *Conclusions.* — D'après les faits contenus dans ce travail, nous pouvons avancer que la réaction acide du suc gastrique n'est pas due au biphosphate de chaux, mais qu'elle résulte au contraire de la présence d'un acide à l'état de liberté dans le fluide gastrique. Nous n'avons jamais pu constater l'existence des acides chlorhydrique et acétique libres qu'on avait indiqués.

» Constamment nous avons trouvé les caractères bien distincts de l'acide lactique uni à une faible proportion d'acide phosphorique (1). Suivant nous,

---

(1) L'acide phosphorique que nous signalons ici, doit être regardé comme un produit secondaire d'une réaction de l'acide lactique sur les phosphates que contient le suc gastrique.

l'acide lactique doit être considéré comme une production physiologique constante de l'organisme. Quelles que soient, en effet, les conditions d'alimentation dans lesquelles nous avons placé les animaux, nous n'avons pas vu varier la nature du principe acide du fluide gastrique. Ainsi, après un régime exclusivement végétal ou animal suivi pendant plusieurs jours, ou bien encore après une diète prolongée, nous avons toujours trouvé de l'acide lactique libre.

» En avançant que l'acide lactique est la cause constante de l'acidité du suc gastrique, nous ne voulons pas donner à penser que cet acide soit, par sa nature, doué de certaines propriétés spéciales qui le rendent indispensable à l'action des phénomènes de la digestion. Il résulte, au contraire, des expériences de M. Blondlot et de celles qui nous sont propres, que si une réaction acide est indispensable pour que la propriété dissolvante du suc gastrique se manifeste, la nature de l'acide qui produit cette réaction est indifférente.

» C'est ainsi que nous avons pu saturer du suc gastrique de phosphate de chaux neutre, ou lui ajouter les acides acétique ou phosphorique en grand excès, et même de l'acide chlorhydrique *en quantité suffisante pour qu'il fût réellement à l'état de liberté* dans le liquide, et toujours le suc gastrique a conservé ses propriétés digestives.

» Cette équivalence des acides pour l'activité du suc gastrique paraît même nécessaire; car à chaque instant, par le fait même de l'alimentation, les sels les plus différents sont introduits dans l'estomac au moment de la formation du suc gastrique. On comprend que si parmi ces sels il s'en trouvait dont l'acide pût être déplacé par l'acide lactique, les fonctions digestives seraient infailliblement troublées si l'acide nouveau, mis en liberté, ne pouvait remplacer l'acide normal. »

CHIMIE. — *Recherches sur l'acidité du suc gastrique; par* M. **Melsens**.

« Les physiologistes et les chimistes qui se sont occupés de la composition du suc gastrique, l'ont toujours trouvé acide et ont presque tous admis que l'acidité était due à un ou à plusieurs acides libres, les acides phosphorique, lactique, butyrique, acétique et chlorhydrique. M. Blondlot, dans ces derniers temps, a cru devoir nier la présence des acides libres dans le suc gastrique; il a admis que l'acidité de ce fluide est due à du biphosphate de chaux, dont il est impossible de détruire la réaction par la saturation au moyen du carbonate de chaux.

» On trouvera dans son ouvrage (*Traité analytique de la digestion*) les faits sur lesquels il se base pour le prouver.

» Il y a deux objections à faire à ces expériences. En effet, M. Blondlot ne dit nulle part qu'il a pris la précaution, quand il filtre du suc gastrique, de prendre du papier débarrassé de cendres. Ensuite, lorsqu'il met du suc gastrique en contact avec du carbonate de chaux, il n'observe pas d'effervescence, mais il fait abstraction du poids du carbonate employé avant et après l'expérience.

» Il est facile de prouver que le suc gastrique contient un acide libre, sur la nature duquel je n'entends pas me prononcer; voici les expériences sur lesquelles je fonde mon assertion.

» 32 grammes de suc gastrique, que M. Blondlot avait remis à M. Dumas, ont été mis en contact avec quelques fragments de marbre blanc pesant ensemble $7^{gr},007$; on les a laissés en contact à froid pendant deux jours, puis on les a soigneusement lavés et pesés; leur poids ne s'élevait plus qu'à $6^{gr},937$; ils avaient donc perdu 70 milligrammes.

» J'ai fait une expérience préalable en les lavant à l'eau pure, les desséchant pour m'assurer qu'aucune perte de poids n'avait lieu; mais des petits fragments s'étaient détachés des boulettes de marbre que j'avais employées, et quoique j'eusse pris le soin d'en tenir compte, cette expérience ne me satisfaisait pas.

» 73 grammes du même suc furent mis en présence de vingt fragments de spath d'Islande pesant ensemble $3^{gr},462$, et laissés en contact pendant vingt-quatre heures; au bout de quelque temps on voit les cristaux de spath se couvrir de petites bulles de gaz; si on les déplace par l'agitation, de nouvelles bulles se forment. Après l'expérience, la surface des cristaux est corrodée, ils pesaient $3^{gr},354$; ils avaient donc perdu $0^{gr},108$.

» M. Bernard a eu la complaisance de mettre à ma disposition un chien ayant une fistule stomacale.

» 68 grammes de suc gastrique très-sale, remplis de grumeaux de pain, ont dissous, en douze heures, $0^{gr},071$ de spath.

» 64 grammes de suc gastrique recueilli après une alimentation avec du bœuf bouilli ont dissous $0^{gr},166$ de spath.

» 60 grammes de pâte chymeuse recueillie après avoir fait manger au chien de la graisse de mouton, et un fragment de cartilages, ont dissous $0^{gr},057$ de spath.

» Ces expériences confirment donc la présence d'un acide libre dans le suc gastrique; M. Bernard, d'ailleurs, dans sa thèse, tout en se servant de l'ana-

lyse de M. Blondlot, dit positivement que le suc dissout les métaux avec effervescence. Je ne fais que confirmer son expérience par la balance. M. Dumas avait remarqué, du reste, que les digestions artificielles ne se faisaient plus, ou très-difficilement, avec du suc gastrique filtré sur de la craie, et qu'une trace d'acide chlorhydrique ajouté au suc rétablissait de suite ses propriétés. »

MÉDECINE. — *Note sur le charbon qui se produit dans les poumons de l'homme, pendant l'âge mur et la vieillesse; par* M. **Natalis Guillot.**

« 1°. Il se produit et s'accumule continuellement dans les organes respiratoires de l'espèce humaine, pendant la durée de l'âge mûr, et principalement dans la vieillesse, du charbon en nature dans un état excessif de division. Ce fait est général sur tous les hommes, quelle qu'ait été leur profession.

» Des analyses exactes de ce charbon ont été faites, sous les yeux de M. Dumas, par M. Melsens, son élève. (*Voir*, plus loin, le travail de M. Melsens.)

» 2°. Ce charbon, déposé dans l'épaisseur même des tissus, ne provient pas de l'extérieur.

» 3°. Partout où cette matière existe en quantité suffisante pour former des amas de 1 millimètre de côté au moins, les canaux aériens, les conduits sanguins artériels et veineux sont oblitérés en vertu de sa présence, et les tissus pulmonaires sont alors transformés en une substance colorée en noir, qui peut occuper jusque plus de la moitié des organes.

» 4°. La respiration ne s'opère plus dans ces parties qui servent de gangue au charbon, les phénomènes de la circulation ne s'y produisent plus, et dans l'état pathologique les phénomènes inflammatoires ne s'y développent point. Ces faits peuvent être appréciés principalement par l'insufflation des organes de la respiration, et par l'injection de liquides colorés dans les vaisseaux sanguins qui les parcourent. L'air ne s'introduit plus dans les endroits où le charbon est accumulé, et les artères ainsi que les veines ne sont point perméables au delà de la circonférence des masses noires.

» 5°. L'accumulation successive de ce charbon, au delà d'un certain terme, cause la mort des vieillards. L'excès de ce charbon produit la mort en rendant le poumon imperméable.

» 6°. La présence constante de ce produit (le charbon) chez tous les vieillards rend souvent fatale la terminaison des inflammations et des congestions sanguines de l'organe respiratoire. L'oblitération par des molécules charbon-

neuses des canaux aériens et sanguins explique la fréquence de l'asphyxie rapide dans les maladies de poitrine pendant la dernière époque de la vie.

» 7°. Ces molécules de charbon paraissent avoir une grande influence sur les phénomènes qui se succèdent dans l'épaisseur et autour des masses tuberculeuses. Lorsque des tubercules se produisent dans les poumons, et que le charbon se dépose abondamment autour d'eux, ils ne subissent point les changements successifs propres à la phthisie lorsque cette maladie suit régulièrement son cours.

» 8°. Ces tubercules deviennent calcaires, sont privés de graisse, et ne s'accroissent point. Aucun vaisseau de formation nouvelle ne se développe autour d'eux, ou bien, lorsque ces vaisseaux ont déjà pris de l'accroissement avant le dépôt des molécules de charbon, ils s'oblitèrent par suite de ce dépôt, et les progrès de la phthisie s'arrêtent.

» 9°. La production du charbon dans les poumons humains, indépendante de la profession et ne résultant que de l'âge et très-probablement de la nourriture des individus, est un fait qui doit être étudié sous le point de vue physiologique, et qui mérite également d'être considéré au point de vue de la pathologie, puisque, s'il peut en résulter l'aggravation des affections les plus communes chez les vieillards dont les poumons ne peuvent plus fonctionner complétement, il paraît aussi que l'apparition de cette matière dans les tissus pulmonaires, en enveloppant les tubercules, en les isolant du reste de l'organe, arrête complétement la marche de la phthisie tuberculeuse.

» Les détails confirmatifs de ces résultats seront incessamment déposés sous les yeux de l'Académie. »

CHIMIE. — *Recherches chimiques sur la matière des mélanoses; par* M. Melsens.

« Rien ne paraît plus facile à caractériser que la matière des mélanoses, lorsque, débarrassée des tissus dans lesquels elle se trouve, on la met en contact avec divers réactifs; mais s'agit-t-il de prouver par l'analyse les déductions qu'on tire de l'action de divers agents, on n'y parvient plus, et le rôle du chimiste se borne à prouver qu'en effet on ne le peut, ou du moins que la petite quantité de matière que j'ai eu à ma disposition, quoique j'aie traité une masse considérable de poumons, ne m'a pas permis de faire concorder l'analyse avec les caractères du corps.

» J'ai employé diverses méthodes, dans le détail desquelles je crois ne pas devoir entrer, pour isoler la matière noire des mélanoses. Un mélange d'a-

cide nitrique, d'acide chlorhydrique et d'eau, ou l'acide chlorhydrique seul, rendent solubles les matières albuminoïdes. La potasse, l'ammoniaque, l'alcool, l'éther enlèvent les matières grasses. Parfois je faisais bouillir d'abord les poumons dans de l'eau que je renouvelais souvent. On alternait ces traitements plusieurs fois en lavant par décantation, les filtres ne retenant pas la matière noire pure et pouvant apporter, du reste, des parcelles de matières organiques, quand elle n'est pas encore bien débarrassée des substances de l'économie et qu'on est obligé d'enlever sur les filtres une matière impure qui s'y attache.

» On rencontre déjà une difficulté dans ces lavages par décantation; car, dans certains cas, la matière forme une encre qui ne se dépose qu'avec beaucoup de difficulté. L'eau est-elle pure, la matière se dépose très-lentement, est-elle alcaline, le dépôt ne se fait qu'imparfaitement, et la portion surnageante simule une véritable dissolution d'un noir fauve. Au microscope, on y aperçoit directement la matière en suspension.

» La dissolution de potasse est-elle concentrée, le dépôt s'opère assez rapidement; il en est de même pour les liqueurs acidulées par l'acide chlorhydrique.

» Quand on a traité des poumons par tous ces réactifs, on obtient enfin une poudre très-divisée d'un noir noir, qui, desséchée à 120 degrés dans le vide, brûle sur une lame de platine sans flamme, et à la manière du charbon, laissant ordinairement une quantité considérable de cendres, composée de silice, provenant sans doute des vases de verre. Parfois on observe qu'en la chauffant, elle dégage des vapeurs acides et des traces d'huile empyreumatique.

» La potasse à 45 degrés est sans action sur elle; la potasse solide fondue la dissout en la brûlant, mais reste incolore, comme cela arrive pour le charbon. On peut la faire bouillir pendant très-longtemps dans l'acide sulfurique concentré sans qu'elle disparaisse, elle colore l'acide en noir; mais au bout de quelques jours la matière se dépose, et l'acide surnageant est presque aussi blanc que de l'acide pur.

» L'acide nitrique concentré ne la dissout que par une ébullition longtemps prolongée, et l'on peut reconnaître qu'il se forme un acide brun qui jouit des mêmes propriétés que celui que M. Berzelius a obtenu en traitant le charbon par ce corps.

» L'acide chlorhydrique concentré et bouillant ne lui fait subir aucune modification ; elle ne le colore pas.

» Analysée, cette matière m'a donné les résultats les plus discordants. Le

carbone a varié de 70 à 89 pour 100; l'hydrogène de même varie, mais il est toujours très-faible vers 1, 1 ½, et une seule fois il m'a donné 3,3 pour 100; j'ai trouvé environ 3 pour 100 d'azote dans nn seul dosage.

» Croyant que les agents que j'employais pour enlever les matières albumineuses, agents qui doivent toujours être choisis de manière à exclure la possibilité d'une formation de charbon, ne suffisaient pas, j'eus recours au chlore. La matière suspendue dans de l'eau chauffée au bain-marie fut traitée par un courant de chlore.

» Je fus surpris de constater dans ce cas la formation d'un acide brun, se rapprochant de l'acide ulmique. Je répétai l'expérience avec du noir de fumée lavé à la potasse et à l'ammoniaque, j'obtins le même corps brun.

» Je m'aperçus qu'il était difficile, pour ne pas dire impossible, d'enlever au noir de fumée les acides bruns qu'il contient, et je fis l'expérience avec de la braise calcinée, puis pulvérisée, et le même acide se reproduisit.

» C'est une étude à part à faire, je m'en occupe; qu'il me suffise de dire pour le moment que le charbon ne s'attaque que difficilement; d'abord l'eau qui tient le charbon en suspension est incolore, quand il s'est déposé; elle paraît ensuite jaunir et se fonce de plus en plus jusqu'à présenter une coloration d'un brun rougeâtre.

» Ce passage de la matière minérale à l'état de matière organique me paraît être de la plus haute importance.

» L'analyse de la mélanose traitée par le chlore ne me donna pas de résultats satisfaisants. Cette matière qui, par ses réactions, ne se laissait caractériser que comme du charbon, ne me donnait à l'analyse que 80 pour 100 de carbone.

» Je voulus m'assurer si la matière noire qui se forme quand on fait digérer des matières albuminoïdes avec de l'acide chlorhydrique, m'offrirait des propriétés semblables, et supposant, du reste, que la mélanose pouvait provenir de la décomposition des matières qu'on expectore, M. Guillot mit à ma disposition une grande quantité de crachats recueillis dans une des salles de Bicêtre; je les mis en contact avec l'acide chlorhydrique. M. Caventou avait remarqué la formation d'une matière analogue à du charbon.

» Les crachats traités ainsi furent mis pendant trois mois en digestion, à une température de 30 degrés environ pendant le jour. Il s'y forma de la matière brune, de la matière noire; mais ses propriétés différaient essentiellement de la matière noire des mélanoses; elle se dissolvait très-aisément dans les mélanges acides qui n'attaquaient pas les mélanoses, ainsi que dans des liqueurs alcalines.

» Ce traitement répété sur de la fibrine me donna les mêmes résultats. Il est probable que je ne me suis pas placé dans les circonstances dans lesquelles M. Caventou a vu se produire une poudre noire, analogue à du charbon. Peut-être aussi, ce que M. Caventou a pris pour du charbon n'était-il qu'une modification de l'acide ulmique, qui prend parfois l'état insoluble. J'avais constaté cette propriété de l'acide ulmique; M. Wöhler vient de la constater sur l'acide humo-pinique.

» On pourrait donc supposer à la rigueur qu'une portion de la matière noire était composée d'acide ulmique rendu insoluble; mais en comparant les analyses, on voit de suite que le carbone et l'hydrogène qu'elles fournissent sont trop faibles de beaucoup pour admettre une supposition pareille.

» Je me demandai alors si une température de 120 degrés, que je crus ne pas devoir dépasser, suffisait pour priver le charbon, si divisé, de l'eau qu'il pouvait condenser, et pour avoir une donnée, je fis chauffer fortement dans un tube bouché et taré du charbon de buis pulvérisé et calciné. A 120 degrés il perdit toute son eau et revint au poids initial, à très-peu de chose près. Comme dans les traitements on fait toujours intervenir l'acide chlorhydrique, et que je finissais mes lavages par de l'eau acide, je répétai cette expérience en mouillant le charbon qui m'avait servi à l'expérience précédente, avec quelques gouttes d'acide chlorhydrique concentré et pur.

» $3^{gr},773$ de charbon furent humectés et soumis pendant une demi-heure au bain d'huile à 140 degrés, puis portés sous la machine pneumatique; le poids s'élevait à $3^{gr},845$. On le chauffa de nouveau pendant quelque temps à 150 degrés, et on le remit au vide pendant une demi-heure; le poids s'élevait à $3^{gr},842$.

» On le fit chauffer à l'air pendant une demi-heure, de 150 à 210 degrés, en élevant graduellement la température; le poids ne s'élevait plus qu'à $3^{gr},817$.

» Il fallut fortement chauffer à la lampe à alcool pour enlever le restant de l'acide fixé sur le charbon, et alors le poids descendit à $3^{gr},785$.

» Comme j'étais obligé de finir les lavages à l'acide chlorhydrique, la matière préparée avec le plus grand soin, desséchée à 120 degrés dans le vide, jusqu'à ce qu'elle ne perdît plus de son poids, me donnait toujours une quantité notable de chlorure de cuivre dans le tube à combustion.

» Je reconnus que ce chlore s'y trouvait en partie à l'état de sel ammoniac; j'eus beau répéter les lavages, je ne pouvais m'en débarrasser; mais de plus, en supposant que l'hydrogène et le chlore que je trouvais à l'analyse pouvaient

provenir d'eau et de sel ammoniac, en déduisant le poids de ces corps je n'obtenais pas encore le carbone que la mélanose aurait dû donner à l'analyse si elle en était réellement composée.

» Je ne pouvais expliquer la présence du sel ammoniac dans ce cas, qu'en supposant que l'azote de l'air dissous dans l'eau de lavage en présence de l'acide chlorhydrique pouvait, par la décomposition de l'eau, donner lieu à la formation de ce corps; je fus d'autant plus porté à me l'expliquer ainsi, que j'avais souvent remarqué des petites bulles de gaz s'échapper du dépôt de matière noire dans de l'eau acidulée.

» Mais on sait que l'eau distillée contient des traces d'ammoniaque qui, passant à l'état de chlorhydrate, auraient pu se fixer sur le charbon, comme le fait une matière colorante, ou à la façon des sels solubles qui restent invariablement fixés, en très-petite proportion, sur des précipités, comme l'a démontré M. Mitscherlich dans son Mémoire sur les réactions chimiques produites par les corps qui n'interviennent que par leur contact.

» Voici une expérience qui prouvera combien il est difficile d'enlever du sel ammoniac fixé sur du charbon. On a pris 5 grammes de braise fortement calcinée et grossièrement pulvérisée, et on les a fait bouillir pendant quelques instants dans une dissolution de 2 grammes de sel ammoniac dans de l'eau distillée rendue acide par de l'acide chlorhydrique; le tout, jeté sur un filtre, a été lavé par de l'eau distillée, alternativement bouillante et froide; il n'en a pas fallu moins de 6 litres pour que le nitrate d'argent ne fût plus sensiblement louchi; quand toute trace de louche avait disparu, on a fait sécher le filtre au bain-marie. Introduit dans un tube et chauffé fortement, ce charbon a donné des traces de sel ammoniac facilement reconnaissable; l'eau qui s'en échappait donnait avec le nitrate d'argent un précipité considérable.

» A laquelle des deux opinions doit-on se tenir? je l'ignore; il faut des expériences plus précises que celles que j'ai pu faire, mais j'espère traiter cette question avec tous les développements qu'elle mérite, car elle se rattache à des questions importantes soit sous le rapport de la production des sels ammoniacaux à la surface de la terre, soit sous le rapport de la question des engrais et des nitrières, et de ces phénomènes de contact ou de fermentation qui entrent aujourd'hui pour une si large part dans la méditation des chimistes.

» J'ai examiné dans ce but quelques charbons du commerce, je n'ai pas retrouvé de chlorhydrate d'ammoniaque dans trois échantillons de charbon animal non lavé. J'en ai trouvé dans deux charbons lavés à l'acide chlorhydrique.

» Du charbon animal à l'acide lavé avec les plus grands soins par M. Lewy en contenait encore notablement.

» En cherchant à me rendre compte de la présence de l'hydrochlorate d'ammoniaque dans le charbon lavé, j'ai dû voir si le charbon non lavé contenait de l'ammoniaque, et, en effet, celui que j'ai examiné en contenait. En le chauffant fortement, il laissait dégager une eau ammoniacale. J'ai commencé par le laver à l'acide et à l'eau ordinaire; un dernier lavage a été exécuté avec de l'eau distillée, puis le tout, desséché, a été fortement calciné, ce qui exclut la présence de tout sel ammoniacal, sauf des traces de phosphate qui auraient, à la rigueur, pu résister à un feu soutenu d'un quart d'heure.

» Ce charbon, délayé dans de l'eau distillée sur du sulfate acide d'alumine acidulée par de l'acide chlorhydrique, mais aéré avec soin, a dégagé l'odeur d'hydrogène sulfuré; on l'a lavé par décantation avec 20 litres d'eau distillée acide; les lavages se faisaient dans un flacon bouché à l'émeri et suiffé; l'eau distillée était conservée dans des flacons bouchés de la même façon; on n'avait pas manié d'ammoniaque dans le laboratoire où la distillation s'opérait, et l'eau était mise dans des flacons au fur et à mesure qu'il en avait passé une quantité suffisante pour la verser.

» L'eau a été décantée, puis le charbon desséché. Il contenait notablement de sel ammoniac.

» J'étais porté à croire que le sel ammoniac se formait de toute pièce; je fis une autre expérience.

» Du charbon de bois fut mis dans un flacon avec de l'eau acidulée par l'acide chlorhydrique pendant vingt-quatre heures; je ne trouvai pas de trace de sel ammoniac formé.

» Je fis passer sur ce même charbon de buis un mélange de gaz hydrogène, d'azote, d'acide chlorhydrique, à froid, à chaud; je remplaçai l'azote par de l'air; je ne pus retrouver de sel ammoniac.

» Cette expérience a été tentée inutilement aussi par M. Kuhlmann avec de la mousse et du noir de platine.

» Je me demandai alors si l'hydrogène sulfuré, qui se dégage par l'action de l'acide chlorhydrique sur le charbon animal, décomposé par l'oxygène de l'air dissous dans l'eau ou condensé sur le charbon, ne fournirait pas l'hydrogène nécessaire à la formation de l'ammoniaque, hydrogène qui, à l'état naissant et en présence d'acide chlorhydrique, se porterait sur l'azote dissous.

» Je fis arriver, dans un flacon de Woolf contenant de l'eau acidulée par l'acide chlorhydrique et du charbon de buis, un courant d'acide sulfhydrique, lavé dans de l'eau acidulée par l'acide sulfurique et de l'air lavé de la même manière; en un jour il y avait eu une formation notable de sel ammoniac, fixé dans les pores du charbon, et qu'on en retira par sublimation.

» L'expérience fut répétée en chauffant le flacon qui contenait le charbon et l'eau acide; en deux heures il s'était fait une quantité notable de sel ammoniac.

» On voit, d'après ce que je viens de dire, la difficulté qu'on éprouve à débarrasser la matière de la mélanose de matières étrangères.

» Mais une autre propriété des mélanoses vient encore augmenter la difficulté. Quand on dissout les morceaux de poumons dans l'acide chlorhydrique, puis la potasse, ces dissolutions sont toujours colorées en brun; or, la mélanose agit comme le charbon animal, elle décolore les dissolutions colorées, neutres, acides et alcalines, d'hématine; la mélanose enlève à l'éther l'alizarine qu'il dissout; une dissolution d'alizarine dans la potasse est décolorée par la mélanose.

» On doit donc supposer que la mélanose, divisée comme elle l'est, condense les matières colorantes qui se produisent dans le traitement des poumons, et que les dissolvants ne les enlèvent qu'imparfaitement.

» On peut s'assurer directement que la matière noire de la mélanose, telle qu'on l'obtient après une dessiccation à 120 degrés, contient des matières organiques en dehors de l'eau acide et du sel ammoniac; en effet, j'ai fait passer 58 milligrammes de mélanose qui m'avait donné à l'analyse 85 pour 100 de carbone dans une cloche courbe, sur le mercure, dans du gaz azote; en le chauffant, il s'est produit de l'eau, du sel ammoniac et $2^{c.c.},5$ de gaz absorbable par la potasse.

» Par ce qui précède, on voit qu'en supposant que la mélanose fût du charbon pur, il serait, sinon impossible, au moins difficile de le prouver par l'analyse; j'ai rencontré une seule fois dans des poumons une matière noire en masse compacte, disposée par couches; elle était noire, à cassure brillante et métallique, très-dure, infusible, brûlant sur la lame de platine sans flamme, ne dégageant presque pas d'odeur quand on la chauffait.

» L'état de division extrême de la matière noire de la mélanose permet, jusqu'à un certain point, de concevoir la dureté que ce corps peut acquérir par un dépôt lent; quant à l'éclat métallique, nous avons de la mélanose divisée qui s'est déposée sur une capsule de porcelaine, et qui, sur la face tournée vers la capsule, présente l'aspect brillant du charbon qu'on obtient en dé-

composant de l'essence de térébenthine dans un tube de porcelaine chauffé au rouge.

» On aura une idée de l'extrême division de certaines mélanoses quand on saura que 100 milligrammes environ rendent opaque près de 2 litres d'eau, c'est-à-dire qu'une partie de mélanose colore fortement 2 millions de fois son poids d'eau environ.

» Cette matière, brûlée dans un courant d'oxygène, a fourni les résultats suivants :

» $0^{gr},1525$ de matière desséchée à 120 degrés ont laissé $0^{gr},006$ de cendres; d'où $0^{gr},1465$ de matière réelle ont donné :

$0^{gr},011$ d'eau, d'où $H = 0,83$;
$0\ ,519$ d'ac. carb., d'où $C = 96,61$.

» Nous avons vainement recherché, depuis, cette matière dans d'autres poumons, aussi avons-nous cru un instant que c'était du charbon accidentel; l'examen microscopique de cette matière a levé tout doute à cet égard. MM. Brongniart fils et Decaisne, qui l'ont examiné avec attention, lui ont assigné un caractère particulier.

» La légère perte provient, sans aucun doute, soit d'une dessiccation imparfaite de la matière, soit d'un peu d'azote. L'hydrogène obtenu ne pouvait pas se trouver à l'état d'eau en entier; car on aurait alors 6,64 d'oxygène, tandis qu'il n'en faudrait que 2,66 pour 100 pour compléter le poids 100 de la matière. »

GÉOLOGIE. — *Sur le mouvement des glaciers.* (Extrait d'une Lettre de M. **Desor** à M. *Élie de Beaumont*.)

« Vous vous rappelez peut-être qu'en 1842, M. Agassiz introduisit deux thermomètres à minima, de Bunten, dans un trou de sonde, près de l'hôtel des Neufchâtelois, l'un à 5 mètres, l'autre à $2^{m},33$ de profondeur. L'année dernière nous ne pûmes songer à les retirer, à cause de la quantité de neige qui recouvrait le glacier en cet endroit. Cette année le même inconvénient existait, quoique à un moindre degré. Je fus obligé de déblayer une couche de neige de $1^{m},60$ d'épaisseur (dont la partie inférieure sur une épaisseur de 50 centimètres était transformée en glace opaque ou glace de névé) avant d'atteindre la surface du glacier. La corde à laquelle les instruments étaient suspendus n'indiquait qu'une ablation de 15 centimètres pendant ces deux années. Je trouvai le thermomètre complétement gelé et immobile au milieu de la masse de glace qui l'entourait. Il fut retiré parfaitement intact

de sa gaîne métallique, le flotteur indiquait — 2°,1 centigrades après la vérification du zéro et correction de l'indication. Ainsi donc, le glacier peut non-seulement descendre à une température sensiblement plus basse que zéro, mais, ce que vous aviez prévu et annoncé, savoir, l'existence d'un magasin de froid hivernal, se trouve confirmé par cette expérience. Le mauvais temps qui survint tout d'un coup m'empêcha de retirer le second instrument.

» Pour la troisième fois l'avancement annuel du glacier allait être mesuré au moyen du réseau de blocs dont l'emplacement fut déterminé trigonométriquement par M. Wild en 1842. M. Stengel, élève de M. d'Osterwald, fut chargé de ce travail cette année. Les résultats de ses mesures concordent d'une manière frappante avec ceux de l'année dernière, ainsi que vous le verrez par le tableau ci-joint, qui représente l'avancement des deux années.

NUMÉROS des blocs.	AVANCEMENT du 4 septembre 1842 au 15 août 1844.	AVANCEMENT du 15 août 1843 au 30 août 1844.	AVANCEMENT TOTAL des deux années.
1	m 25,04	m 62,03	m 87,02
2	66,28	81,08	147,05
3	41,79	56,02	98,00
4	38,64	50,00	88,06
5	69,57	84,08	154,04
6	3,39	a disparu	»
7	1,61	n'a pas été mesuré	»
8	56,77	51,05	108,04
9	46,62	58,06	105,05
10	59,15	73,07	132,07
11	50,42	65,05	116,00
12	27,04	35,02	62,02
13	37,20	25,04	62,06
14	32,73	43,03	76,00
15	30,51	38,08	69,03
16	21,03	17,04	38,04
17	25,48	27,09	53,04
18	23,00	23,07	46,06

» Si l'on compare entre eux les blocs qui se trouvent sur la moraine médiane, par conséquent au maximum de l'avancement sur une coupe donnée, savoir, les numéros 1, 2, 5, 8, 10, 11, 13, 15, 17, 18, on trouvera que leur vitesse va en diminuant, à partir du numéro 5, qui est au maximum d'accélération, si bien que la vitesse du numéro 18, près de l'extrémité, est à celle du numéro 5, à peu près comme 1 à 3 ($\frac{23}{77}$). Ainsi se trouve confirmée cette loi que M. Agassiz avait déduite de ses premières observations, savoir, que les glaciers (le glacier de l'Aar du moins) ne cheminent pas d'une manière uniforme dans toute leur étendue, et que, loin d'augmenter de vitesse de haut en bas, ils s'avancent au contraire dans une progression décroissante, à partir d'une région plus ou moins rapprochée du névé. Ces rapports de vitesse des différentes stations sont encore confirmés par une troisième série de mesures qui fut exécutée en 1843 par M. Wild, en vue de connaître l'avancement de ces mêmes points pendant l'espace de cinquante-sept jours, du 19 juin 1843 au 15 août de la même année. Cette diminution de vitesse d'amont en aval est en liaison intime avec la forme des moraines médianes, qui s'élargissent dans la même proportion que le mouvement se ralentit, ce qui permet jusqu'à un certain point de juger de la vitesse relative des différentes parties d'un glacier, d'après la disposition de ces mêmes moraines.

» M. Agassiz avait fait précédemment (1842) une série d'observations sur l'avancement journalier du glacier de l'Aar, près de l'hôtel des Neufchâtelois; mais comme le pieu qui servait de signal n'était pas au milieu du glacier, il ne pouvait indiquer que le mouvement de cette partie et non pas le maximum du mouvement journalier, qui, comme l'on sait, se trouve au milieu du glacier. Je plantai cette année ma perche au milieu de la moraine médiane, je l'alignai avec deux points fixes des rives, et, au moyen d'une lunette solidement fixée sur le rocher, j'observais tous les jours l'avancement. Le point que je choisis est à 4 kilomètres de l'extrémité du glacier, au-dessous du Pavillon, en un endroit où le mouvement annuel est de 60 mètres, d'après les indications du réseau de blocs. Les observations ont été faites pendant vingt-cinq jours, ordinairement trois fois par jour, le matin, à midi et le soir. La moyenne de l'avancement journalier de la perche a été pendant ce temps de $0^{m},203$. Mais l'avancement était loin d'être uniforme, il variait considérablement suivant les conditions atmosphériques. Vers la mi-août, le temps fut froid et brumeux, il neigeait à peu près tous les jours; aussi l'avancement n'a-t-il été, pendant les neuf premiers jours de notre séjour, du 12 au 21 août, que de $1^{m},40$, soit $0^{m},155$ par jour, tandis que pendant les seize jours suivants, qui furent, à quelques exceptions près,

chauds et sereins, l'avancement a été de $3^m,69$, soit $0^m,230$ par jour, chiffre proportionnellement bien supérieur au maximum d'avancement annuel de cette station.

» Je construisis à la même hauteur, au pied du Pavillon, un autre appareil destiné à mesurer journellement le mouvement du bord du glacier. L'expérience m'avait appris que les pieux isolés n'offrent pas un degré de précision suffisant pour des observations journalières. J'enfonçai, en conséquence, trois piquets dans la glace, à une profondeur de 2 mètres, et les alignai à une distance de 5 mètres du rivage. Je les réunis ensuite au moyen d'une poutre traversière, sur laquelle était fixé un indicateur qui correspondait à une mesure métrique sur le rocher. J'avais ainsi un appareil solide au moyen duquel je pouvais observer, à 1 millimètre près, le mouvement du glacier d'heure en heure, sans avoir à m'inquiéter du brouillard ni de la pluie. Aucune erreur n'était possible de la part de l'observateur, qui n'avait qu'à inscrire à chaque observation le chiffre auquel l'aiguille correspondait. Pendant huit jours (du 27 août à midi au 4 septembre à midi), l'avancement total a été de $0^m,120$, soit 15 millimètres par jour. Du 4 septembre au 4 novembre, l'avancement total a été de 50 centimètres, par conséquent bien plus lent encore (environ 8 millimètres par jour). Il résulte de là que l'avancement journalier du bord pendant l'été est à celui de la moraine médiane, comme 1 à 14, résultat qui concorde admirablement avec celui des mesures annuelles des deux lignes transversales de pieux qui furent organisées en 1842 par les soins de M. Agassiz, et d'après lesquelles le mouvement des différentes parties du glacier sur une ligne transversale peut s'exprimer par une courbe ou un arc dont le sommet est à la moraine médiane. Un fait particulier qui n'avait pas encore été signalé, c'est que près des bords, le mouvement est à peu près aussi accéléré dans la direction transversale, c'est-à-dire contre le rivage, que d'amont en aval, ce qui m'obligeait à raccourcir de temps en temps l'indicateur, pour l'empêcher de toucher au rocher.

» Comme la plupart des glaciers, et dans le nombre celui de l'Aar, étaient en progression cette année, par suite de la grande accumulation des neiges et du peu de fonte de l'été de 1843, je fus curieux de connaître la quantité dont l'extrémité se portait en avant dans un temps donné. J'employai à cette fin un appareil des plus simples; je pris un bâton que je posai sur quelques pierres libres, en l'appliquant par l'une de ses extrémités contre la face verticale d'une grande pierre de la moraine; de cette manière, le moindre avancement de la moraine poussait le bâton en avant, dont l'extrémité opposée débordait d'autant les pierres libres sur lesquelles il repo-

sait. Or, comme le bâton était gradué, il suffisait de compter les millimètres en avant de la première pierre libre, pour savoir au juste de combien le glacier s'était avancé. Ce mouvement de translation est excessivement faible. Du 18 août au 4 septembre, l'avancement total a été de $0^m,155$, ce qui fait environ 9 millimètres par jour. Du 4 septembre au 4 novembre, le mouvement s'est encore ralenti; il n'a été que de $0^m,295$, c'est-à-dire d'environ 5 millimètres par jour. Je l'ai toujours trouvé très-uniforme, ne présentant que des différences de 2 ou 3 millimètres par jour; d'où je conclus qu'à son extrémité, comme dans son cours supérieur, le glacier n'avance pas d'une manière brusque, par saccades, comme on le supposait jadis, mais que sa marche est graduelle et continue.

» Mais ce à quoi je m'appliquai surtout, ce fut d'observer le mouvement des glaciers latéraux suspendus aux flancs des montagnes (glaciers de second ordre de Saussure) sur lesquels on ne possédait aucun renseignement. J'organisai à cette fin des stations sur plusieurs des glaciers latéraux qui débouchent dans le grand glacier de l'Aar, et comme leur largeur n'est pas telle qu'on ne puisse distinguer un bâton d'une rive à l'autre, il suffisait de planter des pieux dans le glacier et de les aligner avec des points fixes du rivage. Je choisis d'abord le glacier de Grünsberg, le plus incliné de tous; un premier pieu fut planté au milieu du glacier, à une distance de 120 mètres du confluent, en un endroit où la pente de la surface est de 32 degrés; un second pieu fut aligné de la même manière, 150 mètres plus haut, en un endroit où la pente est de 30 degrés. Les deux pieux ont cheminé avec des vitesses très-différentes. La moyenne des observations donne pour le pieu supérieur $1^m,73$ en vingt-quatre jours (du 12 août au 4 septembre), c'est-à-dire $0^m,072$ par jour, tandis que le pieu inférieur n'a cheminé dans le même laps de temps que de $0^m,49$ ou de 20 millimètres par jour. Du 4 septembre au 4 novembre, l'avancement s'est considérablement ralenti, mais en se maintenant à peu près dans les mêmes proportions; le pieu supérieur a avancé de $1^m,07$; le pieu inférieur de $0^m,55$.

» J'ai répété les mêmes expériences au glacier du Silberberg, qui est à côté et en amont du précédent; seulement, comme il est plus large et présente des différences notables d'inclinaison sur une même section transversale, j'ai cru utile d'aligner plusieurs pieux dans une section. La première ou l'inférieure, composée de deux pieux, était à environ 50 mètres du confluent; la seconde ou la supérieure, composée de trois pieux, 80 mètres plus haut. Dans la première, l'inclinaison de la surface du glacier était, au pieu de gauche, de 24 degrés; au pieu de droite, de 32 degrés; dans la se-

conde section, elle était de 30 degrés au pieu de gauche, de 33 degrés au pieu du milieu et de 42 degrés au pieu de droite. Les résultats ont été analogues à ceux que m'avaient offert les stations du glacier de Grünsberg, en ce sens que la ligne supérieure a aussi marché plus vite que la ligne inférieure, quoique dans une proportion moins considérable. Le pieu du milieu de la section supérieure, le plus accéléré de tous, a avancé pendant vingt-deux jours (du 14 août au 4 septembre) de $0^{m},93$ ou $0^{m},042$ par jour, et du 4 septembre au 4 novembre, de $1^{m},47$ ou de $0^{m},24$ par jour. Les pieux de la ligne inférieure ont parcouru, dans les mêmes espaces de temps, la première fois $0^{m},038$, et la seconde fois $0^{m},016$ par jour. La différence de vitesse entre les deux sections est par conséquent moindre qu'au glacier de Grünsberg, ce qui s'explique en partie par la distance moins considérable qui les séparait, distance qui était, au glacier de Grünsberg, de 150 mètres, au glacier de Silberberg, seulement de 80 mètres.

» Si nous comparons ces chiffres avec ceux de l'avancement de la moraine médiane du grand glacier, nous verrons que, malgré leur forte pente, les glaciers latéraux marchent beaucoup plus lentement, dans le rapport de 1 à 3, puisque le pieu qui a cheminé le plus vite, celui de la station supérieure des glaciers de Grünsberg, n'a franchi en vingt-quatre jours qu'un espace de $1^{m},73$, tandis que le grand glacier a parcouru, dans le même laps de temps, un espace de $5^{m},09$.

» Une autre conséquence qui découle de ces observations et qui est pleinement confirmée par les observations faites au grand glacier, c'est que le mouvement s'est ralenti de moitié depuis le mois de septembre, d'où je conclus, avec M. Agassiz, que les glaciers sont au maximum de leur accélération en été, et que leur mouvement est très-faible en hiver, si toutefois ils ne sont pas stationnaires.

» Mais le fait que ces glaciers latéraux à forte pente cheminent beaucoup plus lentement que le glacier principal dont la pente est très-faible (4 à 6 degrés) ne s'explique-t-il pas par la position particulière des deux glaciers en question? Et comme ils atteignent l'un et l'autre le grand glacier, ne doit-on pas admettre que celui-ci les retarde, en faisant barrage devant leur extrémité, de même qu'une grande rivière retarde plus ou moins le cours de ses affluents? Prévoyant cette objection, j'ai eu soin de répéter l'expérience sur deux glaciers latéraux de la rive gauche, qui n'atteignent pas le grand glacier : ce sont le *glacier antérieur de Trift*, qui aboutit à peu près au-dessus du Pavillon, à une hauteur absolue de 2600 mètres (700 mètres au-dessus du glacier), et le *glacier postérieur de Trift*, qui aboutit en face de

l'hôtel des Neufchâtelois, à 3 000 mètres de hauteur (500 mètres au-dessus du glacier). J'alignai trois pieux sur le glacier antérieur, à une distance de 20 mètres de l'extrémité, en un endroit où le glacier est entièrement libre sur les côtés, et où la pente, après avoir été assez douce, devient tout à coup très-roide (28 degrés en moyenne). Le peu d'élévation des rives m'empêcha de faire une seconde section plus haut. Or, pendant vingt-deux jours (du 14 août au 4 septembre), le maximum de l'avancement (au pieu de gauche) a été de $1^{m},11$, soit 55 millimètres par jour, par conséquent moindre qu'au glacier de Grünsberg, et cependant aucun obstacle ne s'opposait à sa progression.

» Au glacier postérieur de Trift, je pus établir deux stations: la première d'un seul pieu, près de l'issue du glacier, en un endroit où la pente est, en moyenne, de 25 degrés; la seconde de deux pieux, à quelques cent mètres plus haut, près de l'origine du glacier, en un endroit où la pente moyenne est de 15 degrés. Or, en treize jours, du 23 août au 4 septembre, l'avancement de la station inférieure a été de $0^{m},72$ ou 55 millimètres par jour. Le plus accéléré des deux pieux de la ligne supérieure a parcouru, dans le même temps, $0^{m},61$, soit 47 millimètres par jour.

» Il me paraît évident d'après cela que, dans certains cas, le grand glacier peut réellement faire obstacle à la marche des glaciers latéraux, et c'est pour cela que nous voyons les glaciers de Grünsberg et de Silberberg ralentir leur marche à l'approche du confluent, tandis que le glacier postérieur de Trift, qui ne rencontre pas d'obstacle pareil dans son cours, va, au contraire, en augmentant de vitesse. Mais il en n'est pas moins évident que la différence de vitesse entre le grand glacier et les glaciers latéraux, différence qui est toute à l'avantage du premier, a sa cause essentielle ailleurs que dans cet obstacle, puisque les deux glaciers de Trift, qui ne sont en aucune façon gênés dans leur cours, n'en marchent pas plus vite pour cela.

» Il m'importait de savoir si les masses de névé qui remplissent les entailles du rivage, et que M. de Charpentier désigne sous le nom de *bas-névés*, étaient aussi dénuées de mouvement. Ces masses sont de neige ou de névé à leur surface, mais leur intérieur est de glace, de cette glace terne et bulleuse que j'ai désignée sous le nom de *glace de névé*. Il y a, sur les flancs de Escherhorn, un couloir rempli de ce névé, qui s'élève presque jusqu'au sommet du pic, en se rétrécissant de bas en haut; j'y établis plusieurs stations: la première ou la supérieure, à l'origine du premier élargissement, environ 300 mètres, au-dessus du confluent, en un endroit où la pente est de 43 degrés; la seconde, composée de deux pieux, à l'origine du second élargissement, 150 mètres plus bas, en un endroit où la pente est de 40 degrés, et une troi-

sième, composée d'un pieu à l'origine du troisième élargissement, par une inclinaison de 29 degrés. L'avancement a été en seize jours (du 19 août au 4 septembre),

A la station supérieure, par une inclinaison de	43 deg.,	de $0^m,11$, ou par jour, de 7 millim.
A la station moyenne.	40 deg.,	de $0^m,28$, 17 millimètres par jour.
A la station inférieure.	29 deg.,	de $0^m,58$, 36 millimètres par jour.

» Il y a donc eu ici accélération notable de haut en bas, puisque la station inférieure a marché cinq fois plus vite que la station supérieure, et cependant la pente est de plus d'un quart moins considérable; mais, en revanche, la masse est beaucoup plus large, et, d'après le relief des bords, beaucoup plus profonde. Tout concourt donc à nous prouver que la pente ne joue qu'un faible rôle dans le mouvement des glaciers, tandis que la masse influe d'une manière beaucoup plus directe sur sa vitesse. C'est aussi uniquement de cette manière qu'on peut se rendre compte de la différence de vitesse entre le grand glacier et les glaciers latéraux. La vitesse acquise ne saurait être d'un bien grand poids (au glacier de l'Aar, du moins), puisque le grand glacier va en se ralentissant, d'amont en aval.

» Reste à expliquer la contradiction apparente qui existe entre les glaciers latéraux qui vont en augmentant de vitesse de haut en bas, lorsqu'ils ne sont pas gênés dans leur cours (témoin le glacier de Trift postérieur), et le grand glacier qui va, au contraire, en se ralentissant. Or, il faut remarquer que le ralentissement n'est point inhérent au glacier dans toute sa longueur, il ne commence qu'à une certaine région (au n° 5 au-dessous de l'hôtel des Neufchâtelois au glacier de l'Aar); tout ce qui est en amont de ce point suit la règle commune, c'est-à-dire va aussi en augmentant de vitesse de haut en bas. J'envisage par conséquent le ralentissement graduel de la portion terminale et moyenne comme un phénomène propre aux grands glaciers, et je suis porté à croire qu'il est en liaison intime avec la structure de la glace, qui devient toujours plus compacte vers l'extrémité, ainsi que l'ont démontré les recherches que M. Dollfuss a faites cette année sur la densité de la glace. Par cette raison, et à cause de la forme des moraines médianes que j'ai retrouvée la même sur plusieurs glaciers, je ne pense pas que le ralentissement des régions terminale et moyenne soit un phénomène exclusivement propre au glacier de l'Aar; c'est la règle et non l'exception.

» J'ai acquis la certitude que la clarté des nuits, qui est souvent si frappante au glacier même, au milieu du brouillard, est due à une phosphorescence particulière du glacier. C'est une lumière propre qui ne devient sen-

sible qu'autant que les autres sources de lumière, la lune et les étoiles, ne sont pas visibles. »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur l'installation d'un maréographe à Toulon, et sur les marées d'Akaroa (Nouvelle-Zélande)*; Lettre de M. **Chazallon** à M. *Arago.*

« Vous avez si puissamment contribué à l'étude intéressante du phénomène des marées, que je crois remplir un devoir en prenant la liberté de vous adresser les remarques que j'ai faites lors de l'installation récente d'un *maréographe* dans le port de Toulon.

» Cet instrument, exécuté par M. Wagner neveu, est analogue à celui que j'ai établi, en 1843, à Alger; il donne la grandeur réelle du flux et reflux, et les hauteurs successives du niveau de la mer sont indiquées, d'une manière continue, par les ordonnées d'une courbe dont les abscisses représentent le temps, à raison de $\frac{1}{2}$ millimètre pour une minute.

» J'ai trouvé un bienveillant concours près de l'amiral Baudin, qui a donné des ordres pour que l'état du vent et de la mer fût noté de deux heures en deux heures à bord du stationnaire.

» L'assistance de M. l'ingénieur en chef Noël et celle, surtout, de M. l'ingénieur Lambert, m'ont été fort utiles. Cet ingénieur a fait tracer sur une plaque de bronze, scellée dans le puits de marée, une ligne de repère qui pourra servir dans l'avenir à relier les observations des marées et à constater la variation ou la permanence du niveau d'équilibre.

» J'ai pu suivre pendant quatre à cinq jours la marche du maréographe; le vent s'étant élevé vers la fin du deuxième jour, j'ai eu occasion de reconnaître l'existence d'une ondulation assez curieuse qui n'avait pas encore été signalée.

» Tous ceux qui ont séjourné quelque temps sur nos côtes, ou à bord d'un navire, ont pu remarquer, dès que le vent souffle, qu'il se forme à la surface de la mer une série d'ondes, lames ou vagues, qui viennent successivement se briser contre le rivage. Ces ondes, plus ou moins considérables selon l'intensité du vent, ont ordinairement une amplitude de 30 à 120 centimètres, et une longueur de 15 à 25 mètres (1). Eh bien, outre ces petites ondes bien

---

(1) En 1840, j'ai suivi, avec une montre à secondes, pendant plus d'une heure, le mouvement périodique de ces lames, et j'ai trouvé 18 secondes pour la durée de leur période sur la plage de Saint-Malo. L'écart en plus ou en moins n'a jamais excédé une seconde. Il est probable

visibles à l'œil, et qui semblent courir les unes après les autres, il existe, à Toulon, une autre onde dont la longueur doit être considérable (probablement de 2 à 3000 mètres), et dont la période, assez régulière, est d'environ 15 minutes, tandis que l'amplitude varie de 5 à 10 centimètres.

» Une onde analogue se développe également à Alger, ainsi que j'ai pu le constater au moyen des courbes qui m'ont été envoyées par M. Poirel, ingénieur en chef des travaux du port, et près duquel j'avais trouvé un précieux concours pour l'établissement du maréographe; seulement la période est plus longue que celle de Toulon, et sa durée est de 20 à 26 minutes. Lorsque j'aurai réuni les courbes tracées simultanément à Alger et à Toulon, il pourra en résulter des rapprochements intéressants. Je reviendrai plus tard sur les marées d'Alger et de Toulon; pour le moment je me bornerai à dire que la marée diurne dont j'avais déjà signalé l'existence à Toulon, se montre d'une manière tout aussi manifeste dans les marées d'Alger.

» Je vais actuellement, monsieur, vous présenter le résumé de la discussion des marées observées à nos antipodes, c'est-à-dire à Akaroa, dans l'anse Paka-Ariki (presqu'île de Banks, Nouvelle-Zélande). Ces observations, conformément à mes désirs, ont été faites de quart d'heure en quart d'heure, et suivies nuit et jour; elles embrassent une lunaison du mois de septembre 1843 et une lunaison du mois de janvier 1844. Elles m'ont été envoyées par un officier dont l'Académie apprécie le savoir, connaît le zèle pour la science, et dont le nom est une garantie d'exactitude, M. le commandant Bérard. Ce sont les premières observations qui permettent d'étudier d'une manière un peu complète les lois du mouvement de la mer dans ces parages; aussi n'ai-je pas hésité, malgré la longueur des calculs, à les discuter jour par jour.

» Le tracé graphique des observations donne des courbes assez irrégu-

---

que la durée de cette période varie dans le même lieu par différents vents et par différents états de la mer; c'est une étude qui pourrait aisément être faite, même avec une montre ordinaire, par une personne habitant les bords de la mer. J'ai fait de semblables observations à Alger, et j'ai trouvé seulement $9\frac{1}{2}$ secondes pour la période. En 1844, M. Keller, ingénieur hydrographe, a trouvé, le long de la jetée de Cherbourg, de 7 à 10 secondes pour cette période, et de 20 à 35 mètres pour la distance des sommets de deux lames consécutives. La forme et la période de ces petites ondes pourraient être étudiées avec le maréographe, en ouvrant une large communication du puits avec la mer, et accélérant considérablement le mouvement de l'horloge, de manière qu'une seconde de temps fût représentée sur la feuille de papier par 9 ou 10 millimètres; mais, pour l'étude des marées, j'ai tâché, autant que possible, d'anéantir l'effet de ces petites ondes, en donnant à l'orifice de communication du puits avec la mer une section moindre que $\frac{1}{500}$ de la section horizontale du puits.

lières, et cette irrégularité semble tenir à des ondes analogues à celles dont nous venons de signaler l'existence dans la Méditerranée; seulement la période serait d'environ une heure; les observations étant discontinues, on n'a que des fragments de ces ondulations, et il est difficile de suivre leurs diverses phases. Quoi qu'il en soit, ces irrégularités disparaissent sensiblement en faisant intervenir dans les calculs presque toutes les observations de la journée. Pour les discuter, j'ai employé la méthode qui m'a servi à obtenir (dans le Mémoire présenté à l'Académie, en mars 1842) la loi du mouvement d'ascension et de descension de la mer dans les principaux ports, au nombre de 21, compris entre l'embouchure de l'Adour et l'entrée de l'Elbe. Cette méthode consiste à diviser l'intervalle de temps compris entre deux pleines mers ou deux basses mers consécutives, du matin ou du soir, en 64 parties égales et à prendre sur les courbes les hauteurs de la mer correspondantes. On a ainsi soixante-quatre équations de condition pour déterminer le niveau d'équilibre et les diverses ondulations dont l'ensemble constitue la marée; en traitant ces équations par la méthode des moindres carrés, on arrive à des équations fort simples qui servent à la détermination des marées diurne, semi-diurne, tiers-diurne, quart-diurne, etc.

» Au lieu d'employer simultanément ces soixante-quatre équations, je préfère cependant les diviser en deux groupes de trente-deux équations chaque, que je traite séparément, et dont les résultats se contrôlent mutuellement.

» La marée *semi-diurne*, c'est-à-dire celle dont le maximum se manifeste de douze en douze heures lunaires, existe presque seule à Akaroa; les autres ondulations sont à peu près nulles. Après avoir déterminé avec soin la grandeur de la marée *semi-diurne* pour chaque jour, je me suis attaché à la recherche d'un élément important et sur lequel on n'a encore qu'un très-petit nombre de données certaines; je veux parler du retard des marées, c'est-à-dire de l'intervalle de temps qui s'écoule entre l'action développée par les astres, à midi par exemple, et l'instant où cette action se manifeste. Cette recherche était d'autant plus intéressante qu'il semblerait, d'après les travaux de MM. Lubbock et Whewell, que les marées sont engendrées dans le vaste océan du Sud, à l'instant même du passage des astres au méridien, puis se propagent de cette mer vers les divers points du globe. Eh bien, les observations de la Nouvelle-Zélande ne confirment point cette manière de voir; *là, comme dans la Manche, le retard est d'environ quarante heures.*

» De prime abord, avant d'entrer dans les détails du phénomène, je me serais attendu à de tout autres résultats, car le maximum de la marée, vers

l'époque des syzygies, et le minimum vers les quadratures, quelquefois précède et quelquefois suit l'instant de ces phases; en outre, contrairement à ce qui s'observe sur nos côtes, la marée des quadratures est assez souvent plus considérable que la marée des syzygies : ainsi, à la quadrature du 1[er] octobre, la marée était de $1^m,756$; tandis qu'à la syzygie suivante (8 octobre), elle était seulement de $1^m,558$; à la syzygie du 6 janvier, la marée était de $1^m,639$; à la quadrature suivante, on avait $1^m,744$.

» Ces diverses particularités résultent de la petitesse de la marée solaire comparativement à la marée lunaire; effectivement la lunaison de septembre donne :

Unité lunaire.... $0^m,924$,
Unité solaire..... $0^m,030$.

Le rapport de ces marées, au lieu d'être à peu près 3, comme à Brest, est donc plus que 30. Le peu d'influence du soleil est en outre rendu manifeste par les heures des pleines mers de la marée semi-diurne, car, en ajoutant la constante 40^h51^m à l'heure du passage de la lune au méridien d'Akaroa, l'erreur maxima, sur l'instant de la pleine mer, ne dépasse pas $\pm$ 10 minutes, tandis qu'à Brest, en opérant d'une manière analogue, l'erreur s'élèverait à $\pm$ 52 minutes.

» Si de nouvelles observations confirmaient les résultats précédents; si l'effet solaire était réellement très-petit à l'époque des équinoxes, il en résulterait la conséquence remarquable, que cet effet s'accroît avec la déclinaison. Voici effectivement ce que l'on déduit des observations solsticiales de janvier :

Unité lunaire.... $0^m,918$,
Unité solaire..... $0^m,130$.

Le rapport est à peu près 7, et l'effet solaire est devenu quadruple de ce qu'il était en septembre. Cet accroissement d'effet se manifeste encore sur les heures; car, en ajoutant la constante 40^h51^m aux passages méridiens de la lune, l'erreur, sur l'instant de la pleine mer, s'élève à $\pm$ 21 minutes.

» L'*unité lunaire*, déduite des observations de janvier, présente un accord très-satisfaisant avec la valeur donnée par les observations de septembre; nous adopterons $0^m,920$ pour cette unité. Quant à ce que l'on nomme *unité de hauteur*, on voit, par ce qui précède, que sa valeur sera un peu différente, selon la lunaison que l'on fera servir à sa détermination : on trouverait pour sa valeur moyenne $0^m,960$.

» Un autre fait important résulte des observations : lorsque le soleil et la lune passent simultanément au méridien, les *effets solaires* et *lunaires* pro-

duits par chacun de ces astres ne se manifestent pas à Akaroa, après le même laps de temps; si la lune fait sentir son action après $40^h 51^m$, le soleil y fera sentir la sienne après $39^h 1^m$; en d'autres termes, le maximum de l'onde solaire a lieu $1^h 50^m$ plus tôt que celui de l'onde lunaire.

» En omettant cette considération dans les calculs, les résultats qu'on en déduit s'accordent moins bien avec les observations; les données de septembre malgré la petitesse de la marée solaire, confirment le même fait.

» Ainsi, à mesure que nos connaissances sur les marées se développent, le phénomène semble devenir de plus en plus complexe; mais en même temps certains faits, inexplicables d'abord et qui semblaient isolés, se groupent et s'enchaînent mieux avec d'autres. Il serait possible, par exemple, qu'une circonstance analogue à celle des marées d'Akaroa subsistât également dans les marées de Brest, ce qui pourrait permettre d'obtenir le rapport 2,353 (qui sert à la détermination de celui des masses du soleil et de la lune) sans employer les considérations de l'illustre Laplace, au sujet desquelles un savant anglais, M. Lubbock, s'exprime ainsi :

« Laplace makes $\frac{1}{(A)} = 2,353$ from the Brest tide observations, but the » considerations through wich he arrived at this value do not seem free » from obscurity. »

» Permettez-moi, monsieur, de terminer en disant deux mots au sujet d'une communication insérée, page 562, t. XIX, des *Comptes rendus*. M. Airy propose, pour une nouvelle marée, la dénomination de *quarto-diurne*. C'est une marée dont j'ai signalé l'existence depuis longtemps et que j'ai déjà dénommée *quart-diurne*. Voici, en effet, comment je m'exprimais à ce sujet, en 1841 (*Annuaire des Marées* pour 1842, pages 8 et 9) :

« ... J'espère pouvoir publier bientôt le résultat de mes recherches sur » les lois d'ascension et de descension de la mer, dans nos divers ports..... » Cette étude, dont je m'occupe depuis 1837 et qui a exigé beaucoup de » temps, m'a révélé l'existence d'une nouvelle marée fort importante, très- » curieuse et qui était restée inaperçue jusqu'ici, bien qu'elle soit assez con- » sidérable; je veux parler d'une marée qu'on peut dénommer *quart-diurne*. »

» Cette Note devait paraître en 1840, mais la publication de l'*Annuaire des Marées* fut interrompue cette année-là. Je pourrais rappeler d'autres faits et montrer que, dès 1839, je connaissais l'existence de nouvelles ondes dans les marées. J'avais fait part du résultat de mes recherches à presque tous mes collègues du Dépôt hydrographique; mais insister là-dessus me paraît inutile, car loin de moi la pensée que M. Airy aurait pu avoir communication

de mes travaux. La seule chose que j'ai voulu établir, c'est que mes recherches m'étaient tout à fait personnelles et étaient complétement indépendantes de celles du savant anglais.

» Quant au fait, assurément fort remarquable, rapporté par M. Airy (l'anéantissement de la marée lunaire), il n'est pas sans précédent, et il paraît bien constaté que le même phénomène se manifeste à Taïti. »

PHYSIQUE. — *Sur l'aptitude que l'œil possède de s'adapter à la vision des objets situés à des distances très-différentes.* (Extrait d'une Lettre de M. Forbes à M. *Arago*.)

« Je me rappelle que dans votre Éloge de Young vous avez fait une savante critique des différentes théories de l'adaptation de l'œil à des distances variables. Pour chacune de ces théories il y a tant de faits contradictoires ou suspects, qu'il est peut-être permis, sans excès de présomption, d'en ajouter une nouvelle.

» J'ai eu cette idée depuis trois ans à peu près, mais j'en ai donné seulement depuis quelques semaines une notice verbale, très-courte, à la réunion scientifique de Yorck, à propos d'une discussion qui s'est élevée sur cette matière.

» Avant tout, il paraît naturel de croire que c'est dans le cristallin qu'il faut chercher la cause principale du changement de foyer. Or, cette lentille n'a pas (comme tout le monde sait) des surfaces exactement sphériques; de plus, sa composition est hétérogène, la partie centrale étant plus dense. L'une ou l'autre de ces conditions serait suffisante pour détruire complétement l'aberration de sphéricité. Si la forme complexe des surfaces remplit ce but, l'inégale densité est superflue ou nuisible.

» Ne peut-il donc pas arriver que cette agrégation de matière dense dans le centre ou noyau de la lentille, se rattache aux changements de forme qu'elle doit subir?

» Il m'a paru très-vraisemblable qu'une lentille à noyau ferme et avec des bords gélatineux, assujettie à une pression uniforme ou hydrostatique tout autour, céderait davantage par les bords et prendrait une forme plus globulaire et arrondie, par conséquent à plus court foyer; en d'autres termes, que l'axe de la lentille se raccourcirait moins que les diamètres situés dans le plan perpendiculaire. J'ai essayé de vérifier ce fait en soumettant le cristallin d'un bœuf à une forte compression hydrostatique; mais l'extrême difficulté de reconnaître de faibles changements de longueur focale et de

suspendre la lentille d'une manière stable, mais libre, a laissé l'expérience sans résultat positif.

» Si nous admettons cependant, comme probable un tel effet de compression, il est facile de voir comment cette pression est produite. Tout le monde s'aperçoit de l'existence d'une force musculaire très-prononcée lorsque nous portons brusquement les regards, d'un objet très-éloigné sur un objet très-près. Je n'ai pas le moindre doute que le globe de l'œil est serré, dans cette circonstance, par tous les muscles qui contribuent à produire son mouvement rotatoire ordinaire. La pression est communiquée à tout l'ensemble de cette masse fluide ou demi-fluide comprise dans l'enveloppe tenace et résistante de la sclérotique et de la cornée; et le cristallin, librement suspendu et pour ainsi dire embrassé par l'humeur aqueuse d'un côté, et l'humeur vitrée de l'autre, est comprimé en tout sens par la force transmise; et, comme nous l'avons dit plus haut, il devient plus rond et plus réfringent.

» Il est clair que cette explication est indépendante de toute fonction musculaire d'une partie quelconque de l'appareil de vision. La structure musculaire du cristallin était la partie faible de la théorie de Young; les meilleurs anatomistes ne l'admettaieut point. »

ASTRONOMIE. — *Éléments elliptiques de la comète découverte à Rome;* Note de M. **Faye**.

« Les éléments n° II ont été comparés avec soin à quarante positions de la comète observée à l'Observatoire de Paris, soit aux instruments méridiens, soit à l'équatorial de M. Gambey. Les erreurs de ces éléments ont pu être ainsi déterminées avec exactitude pour toute la durée de l'apparition de la comète; elles ont suivi une marche ascendante, il est vrai, mais peu rapide, puisque les dernières observations sont représentées à une minute près.

» Pour corriger ces erreurs, j'ai déduit de la comparaison des éléments n° II, avec l'observation des positions normales de la comète pour huit époques différentes; ces éléments étant déjà fort approchés de la vérité, on peut admettre que leurs erreurs croissent comme les temps dans l'intervalle d'un petit nombre de jours, supposition qui, en fait, s'est complétement vérifiée; par conséquent, j'ai pu prendre la moyenne des erreurs données par plusieurs jours d'observation pour l'erreur absolue du jour intermédiaire, et éliminer ainsi, par voie de compensation, les fautes accidentelles de nos observations.

» De ces huit positions normales, trois seulement ont été employées dans

les calculs définitifs, mais les autres ont été comparées à l'orbite qui en est résultée, afin qu'on puisse immédiatement apprécier le degré de confiance qu'elle mérite.

» Voici les éléments définitifs et le tableau des erreurs dont ils sont encore affectés.

Temps du passage au périhélie, 1844, septembre. . .	2,483952	
Longitude du périhélie.	342°31′15″,2	équinoxe moyen du 1er janvier 1845.
Longitude du nœud ascendant.	63°49′30″,6	
Inclinaison.	2°54′45″,0	
Excentricité.	0,61725587	
Demi-grand axe.	3,0994629	
Temps de la révolution.	5ans 5mois $\frac{1}{2}$ ou 1993 jours	

Erreurs de ces éléments.

DATES.	EN LONGITUDE.	EN LATITUDE.
3 septembre 1844.	— 0″2	— 0″2
10 septembre.	— 2,6	— 1,6
19 septembre.	+ 3,9	— 3,9
30 septembre.	+ 0,5	0,0
6 octobre.	— 0,4	0,0
18 octobre.	— 1,2	— 1,4
31 octobre.	— 2,3	— 5,6
8 novembre.	— 0,4	0,0

» Cette orbite est basée sur les seules observations de Paris; mais je l'ai comparée aussi à seize observations faites à Altona, à Hambourg et à Manheim, qui se trouvent représentées en moyenne, à moins d'une demi-seconde de degré : il est donc permis de croire que ces éléments sont à très-peu près définitifs, et que les corrections qu'on pourrait déduire de l'ensemble des observations européennes seraient extrêmement faibles. »

PHYSIQUE. — *Note sur le déplacement du zéro dans les thermomètres; par* M. PERSON.

« Les plus grandes élévations observées jusqu'ici dans le zéro des thermomètres ne sont qu'une petite fraction de l'élévation qui tend à se produire, et que les expériences rapportées plus loin ne permettent guère d'évaluer à moins de 15 ou 20 degrés.

» Le retrait du verre, qui produit la diminution du réservoir, se fait mal à la température ordinaire; en quatre ou cinq années, l'élévation du zéro est à peine d'un demi-degré, d'après les observations de M. Despretz.

» A 300 degrés le travail du verre est plus efficace; mais comme il est encore fort lent à une température si éloignée de celle où la solidification et la trempe ont eu lieu, il faudrait maintenir le réservoir très-longtemps à 300 degrés pour obtenir une contraction notable. M. Legrand et M. Pierre n'ont pas fait leurs expériences à ce point de vue; ils atteignaient seulement la température de 300 degrés et laissaient refroidir; aussi les plus grandes élévations qu'ils aient observées dépassent rarement 1 degré.

» En opérant vers 440 degrés et en maintenant cette température pendant plusieurs heures, j'ai obtenu des élévations de 12, de 15 et même de 17 degrés.

» Voici le tableau d'une expérience faite sur six thermomètres qui sont restés pendant trois heures dans un bain de nitrate de potasse dont la température a varié entre 430 et 450 degrés; ils étaient suspendus pour que leur propre poids ne contribuât pas au rétrécissement du réservoir; et, comme la pression intérieure était d'environ 4 atmosphères, il est clair que ce rétrécissement ne peut pas être attribué à la pression extérieure.

DÉSIGNATION DES THERMOMÈTRES.	ÉLÉVATION du zéro pendant l'expérience.
Thermomètre n° X, fait depuis cinq mois, resté à la température ambiante. Zéro élevé de 0°,6. Assez d'air au-dessus du mercure pour qu'il monte à 440 degrés sans bouillir	13°,0
Thermomètre n° XIV, fait tout récemment. Vide d'air	17,2
Thermomètre n° XIII, du même tube que le n° XIV, mais recuit pendant deux heures à 440 degrés avant l'introduction du mercure, vide d'air	5,3
Thermomètre n° XI, zéro déjà monté de 9°,5 par recuit antérieur, vide d'air	2,6
Thermomètre n° XII, zéro déjà monté de 11°,5 par recuit antérieur, vide d'air	2,2
Thermomètre n° VIII, zéro déjà monté de 13 degrés par recuit antérieur, assez d'air pour pouvoir monter à 460 degrés......	1,4

» J'ajouterai le tableau de la marche ascendante du n° VIII par des recuits successifs; le zéro était déjà monté de 5 degrés parce qu'on s'était servi de l'instrument depuis quelque temps pour prendre de très-hautes températures.

TEMPÉRATURE.	DURÉE DU RECUIT.	ÉLÉVATION DU ZÉRO.
440°	$0^h 20^m$	1°,2
430	0.50	2,6
400	1.10	1,2
440	1.10	2,0
440	1.10	1,0
440	3. 0	1,4

» Avec le n° VIII était d'abord un autre thermomètre dont les degrés ont près de 22 millimètres; après deux recuits, le zéro était monté d'environ 12 centimètres; on s'est arrêté alors parce que le mercure était presque au bout de sa course.

» Tous ces thermomètres sont en cristal de la même fonte, avec un réservoir soufflé et non pas soudé.

» Le rétrécissement graduel du réservoir, que nous voyons s'opérer dans une si grande étendue, est une cause d'erreur dont on ne peut pas toujours tenir compte. Que le thermomètre n° X ait été maintenu pendant trois heures dans un bain que nous supposerons être resté constamment à 440 degrés, la température aura paru s'élever graduellement de 13 degrés. Si, après l'expérience, on prend le zéro, on verra bien qu'il s'est élevé de 13 degrés; mais comme on ne connaîtra pas la marche qu'il aura suivie, il sera impossible de savoir si la température est réellement restée fixe. Heureusement le recuit offre le moyen d'atténuer, autant qu'on le veut, cette cause d'erreur; il est certain, par exemple, que le thermomètre n° VIII resterait maintenant trois heures dans un bain à 440 degrés sans varier de 1 degré.

» Les thermomètres XIII et XIV, faits du même tube et placés dans des circonstances identiques, sont en désaccord de 12 degrés, parce que l'un est recuit et que l'autre ne l'est pas; ici on voit nettement la cause de la différence et le moyen de l'annuler. Les différences qu'on rencontre si fréquemment dans les thermomètres tiennent probablement en grande partie

à la même cause, et il est permis de croire que, par un recuit de vingt-quatre heures à 450 degrés, on aura des thermomètres beaucoup plus comparables.

» M. Despretz a montré que le réservoir d'un thermomètre qui se refroidit ne revient pas en général à ses dimensions primitives. Il suit de là que, si l'on n'a pas chauffé assez longtemps pour produire un retrait sensible, le zéro se trouve abaissé après le refroidissement; le contraire a lieu si l'on a chauffé longtemps, et la combinaison de ces deux effets opposés est sans doute la principale cause des irrégularités qu'on a signalées dans les déplacements du zéro. Comme, après le recuit, les contractions et les dilatations du verre seront plus régulières, il est très-possible que l'abaissement du zéro ne s'observe plus, et, l'élévation ne pouvant plus se faire, on aurait un point sensiblement fixe, du moins en évitant les changements brusques de température; c'est une question à étudier. »

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Lettre de* M. **A. Durand** *sur les diverses applications qui ont été faites de son moteur.*

« Dans la dernière séance de l'Académie des Sciences, M. le Secrétaire perpétuel, en rendant compte d'une Lettre du Maire de la ville de Gerberoy, a bien voulu rappeler que la machine à élever l'eau, par l'action du vent, dont elle annonçait une nouvelle application, avait reçu, il y a près de trois ans, l'approbation de l'Académie, et que cette circonstance ajoutait un intérêt particulier à cette communication. Puis-je espérer que l'Académie recevrait avec le même intérêt un aperçu sommaire des différentes applications qu'a reçues cette machine?

» Sa propagation s'est produite par le seul effet du hasard, et sans le secours de la publicité; aussi, sur quinze départements où elle est employée, deux seulement appartiennent au Midi : ce sont l'Hérault et la Gironde.

» Ceux qui en ont depuis le plus longtemps sont : la Meurthe et les Deux-Sèvres; là ces machines fonctionnent depuis huit ans.

» Les profondeurs d'où les eaux sont élevées varient depuis 1 mètre jusqu'à 72.

» Les applications ont, le plus généralement, pour objet l'extraction des eaux pour les services réunis d'arrosement et d'usages domestiques. Les irrigations ne sont produites que par quelques-unes d'une manière spéciale.

» Enfin, trois de ces appareils sont employés dans des établissements purement industriels, tels qu'une blanchisserie et deux salines. L'une, située dans la Loire-Inférieure, obtient l'évaporation des eaux par leur agitation

résultant de l'action de l'appareil. *Le nombre total de ces appareils est de trente.* »

ASTRONOMIE. — *Lumière polarisée de la Lune.*

Il est donné lecture d'une Lettre de M. **Zantedeschi** à M. **Arago**. Nous en extrairons ce passage :

« Pendant l'éclipse totale de Lune du 31 mai 1844 (*Comptes rendus*, » t. XVIII, p. 1119), vous découvrîtes des traces manifestes de polarisa- » tion, en analysant, à l'aide d'un polariscope, la lumière rougeâtre et » diffuse qui, au moment même de la conjonction, éclairait la totalité du » disque de l'astre. Pendant l'éclipse lunaire du 24 novembre 1844, j'ai » confirmé pleinement le phénomène de polarisation que vous avez décou- » vert. »

PHYSIQUE. — *Sur les explosions des mélanges gazeux.* (Lettre de M. **Selligue** à M. *Arago*.)

« Dans ma Lettre du 30 septembre dernier, j'ai eu l'honneur de vous communiquer les expériences que j'avais faites, avec l'emploi de l'étincelle électrique, pour l'explosion avec pression des divers mélanges d'air et de gaz hydrogène avec ses diverses combinaisons. J'avais porté en même temps à votre connaissance qu'une indisposition, qui m'a retenu dans ma chambre plus d'un mois, était cause que je n'avais pu faire toutes les expériences relatives à l'explosion des gaz par mon robinet contenant une flamme de gaz. Depuis que j'ai eu l'honneur de vous voir, j'ai complété mes expériences sur une pression de $\frac{2}{3}$ d'atmosphère produite par une colonne d'eau, afin de mettre le gaz dans la même condition que dans les appareils d'explosion, pour qu'aucune incertitude ne puisse avoir lieu. J'ai commencé par donner une pression plus grande au gaz de la flamme du robinet qu'à celui contenu dans l'appareil; j'ai fait fonctionner ce robinet en apportant la plus grande attention à la manière dont la flamme se comportait sous cette pression. Ayant réglé l'émission de cette flamme par la capillarité des trous du bec, et non par le robinet, ce qui aurait ôté de la pression au gaz qui alimente la flamme, j'ai remarqué que par cette disposition la détonation avait lieu dans le même ordre que m'avaient donné mes premières expériences. Seulement, la limite était plus tranchée. Alors, pour donner toute la sûreté d'inflammation possible sans l'influence d'aucun courant, j'ai placé aux $\frac{2}{3}$ de la hauteur de la flamme, au centre de la clef du robinet d'explosion, le plus près possible

de l'orifice du trou, un fil de platine formant une espèce de pelote, dont les fils étaient espacés entre eux de manière à ne pas se toucher, mais cependant à conserver mutuellement leur calorique. Au moyen de ce fil de platine, qui en deux secondes se trouve rouge-blanc, après avoir pour épreuve mis de l'air seulement dans mon appareil d'explosion, et ensuite donné $\frac{2}{3}$ d'atmosphère de pression, j'ai réduit à une pression faible le gaz alimentant la flamme de l'intérieur du robinet.

» J'ai vu alors qu'en fermant et ouvrant de suite à plusieurs reprises le robinet d'explosion, la flamme se rallumait instantanément chaque fois par l'incandescence du fil de platine; d'où j'ai conclu que cette disposition était infaillible pour l'inflammation du gaz détonant. En conséquence, j'ai suivi, ainsi installé, mes expériences, et j'ai alors fait détoner successivement, jusqu'à $\frac{2}{3}$ d'atmosphère de pression, les divers mélanges détonants précités. J'ai remarqué dans leurs diverses détonations une différence très-sensible dans l'instantanéité de l'explosion. Le gaz de houille, dans l'échelle, est celui qui détone le plus lentement, et le gaz hydrogène pur le plus vivement; mais ces détonations en temps sont toutes divisibles par la pensée, tandis que lorsque l'on emploie l'étincelle électrique, il n'y a qu'un coup indivisible.

» Je n'ai pu pousser plus loin ces expériences, n'étant pas muni d'appareils qui me permissent de porter plus haut la pression, pensant d'ailleurs que cela serait tout à fait en dehors des expériences nécessaires pour régler les fonctions de mes appareils.

» En résumé : le gaz hydrogène, avec ses diverses combinaisons ou mélanges rendus détonants, est d'autant moins inflammable qu'il s'éloigne plus du gaz hydrogène pur, malgré les proportions observées, et c'est cette différence qui faisait que le gaz hydrogène pur détonait avec 50 centimètres de pression de mercure, tandis que le gaz de houille ne détonait plus à 12 centimètres de pression. *C'est le plus ou moins d'instantanéité de l'inflammation qui faisait cette différence.* Car, par quoi la flamme était-elle éteinte? c'était par le gaz détonant; il était en contact avec cette flamme, puisque, dans les deux cas, la pression existait; que même pour l'hydrogène pur, la pression montait à 50 centimètres avec explosion, ce qui était quatre fois plus de pression que pour le gaz de houille. Le fil de platine conserve son incandescence malgré le courant produit par la pression, et, comme sa haute température persiste, la détonation a lieu avec les modifications énoncées plus haut. Dans mes précédentes Lettres, j'ai rendu compte des effets produits en spécifiant l'emploi de mon robinet d'explosion. J'ai dû pousser ces expériences jusque-là, afin de vérifier le fait qui se rattachait à l'emploi que j'en fais.

» Ainsi, monsieur, je prie l'Académie d'inviter la Commission à faire son Rapport sur les avantages qui peuvent résulter de mon nouveau moteur, avantages que j'ai énumérés dans ma précédente Lettre. Si j'ai omis, comme on l'a fait observer, de parler des hélices, c'est que les hélices n'agissent que par renvoi de la force que donne la vapeur, en poussant le piston, tandis que mes appareils agissent directement contre l'eau et par une propulsion horizontale. Quant à la force de résistance que présentent mes boucliers-rames articulés qui sont sur la tige des pistons, la surface qu'ils présentent est de $\frac{7}{100}$ de leur surface totale; en conséquence, le vide produit par l'oxygène et l'hydrogène qui ont formé l'eau par la détonation, joint à la pression de l'eau exercée par la position de mes appareils au-dessous de la flottaison, est plus que suffisant pour faire, sans autre agent, revenir le piston et par conséquent le bouclier-rame à sa surface. Quand le bâtiment marche à la voile, la résistance pour quatre boucliers-rames est en plus, de 280 centimètres de surface, ce qui, avec la vitesse du sillage, ne présente que la résistance formulée dans ma précédente Lettre, de 60 à 70 kilogrammes. J'ai la conviction d'avoir rempli le but que je me suis proposé, ainsi que je vous l'ai exprimé dans ma dernière Lettre. Les expériences auxquelles je me suis livré depuis, ne font que justifier comme économie et sûreté la supériorité de mon robinet d'explosion sur les agents électriques et voltaïques pour l'inflammation des gaz, surtout depuis que j'ai ajouté l'ignition du platine à la flamme de gaz, ce qui donne une sûreté surabondante, mais qu'il est toujours mieux d'avoir à sa disposition.

» Je vous prie, monsieur, de vouloir bien remarquer que dans ces dernières expériences que j'ai faites et dans leur communication à l'Académie, je n'ai en vue que d'appeler l'attention sur les diverses anomalies qui se signalent dans l'emploi des agents qui doivent déterminer l'explosion des gaz comprimés et des différences qui existent, selon leur nature et leur mélange; ces expériences ne se rattachent qu'accessoirement à mon système de moteur. »

Après cette communication, M. **Arago** a parlé d'expériences de M. **Johnston**, desquelles il paraît résulter que la force provenant de l'explosion d'un mélange gazeux, est dépendante de l'intensité de l'étincelle qui a produit l'inflammation.

M. **Virlet-d'Aoust** écrit relativement à un *météore lumineux* qu'il a observé à Paris dans la soirée du 9 décembre (5^h 20^m environ); quoique le

ciel fût couvert d'une épaisse couche de nuages très-peu élevés, la traînée lumineuse a été aperçue presque depuis le zénith jusqu'à l'horizon.

M. Robert adresse une *Note sur les habitudes de certaines fourmis qui recherchent avec empressement la liqueur sucrée fournie par les pucerons.*

M. A. Rouget de Lisle écrit relativement aux premiers essais de *fours aérothermes*, dont l'invention remonte, suivant lui, au Hollandais *Drebbel*, qui en aurait installé en Angleterre. « Ces fours, ajoute l'auteur de la Lettre, sont parfaitement décrits dans les voyages de Monconys, publiés en 1662 (édit. in-12, t. II, p. 76). Ce serait aussi à Drebbel qu'il faudrait rapporter, d'après l'auteur de la Lettre, l'invention d'une *lance incendiaire*, désignée à une époque postérieure sous le nom de flèche incendiaire de Warner. »

Cette Lettre est renvoyée, comme pièce à consulter, à la Commission chargée de faire le Rapport sur le four de M. *Mouchot*.

M. Hallette écrit qu'il vient d'installer à Arras, sur une longueur de 100 mètres, un spécimen de son *chemin de fer atmosphérique*. «Dans ce court trajet, dit l'auteur de la Lettre, j'ai réuni tous les cas qui peuvent se présenter sur une longue ligne, et les résultats des expériences répétées que je fais depuis quelques jours confirment pleinement ceux que j'avais obtenus avec l'appareil provisoire employé dans mes précédents essais. Je crois donc être maintenant en mesure de prouver parfaitement à la Commission de l'Académie, que mon système satisfait, par des moyens d'une simplicité extrême, à toutes les conditions d'une fermeture parfaite de la rainure longitudinale du tube de propulsion, et que l'interruption de ces tubes pour les passages à niveau ou les changements de voie est sans inconvénients. Un piston qui sort d'un tube, après s'en être fait ouvrir le clapet de sortie par l'air comprimé, et sans le moindre choc, rentre dans un autre tube et le traverse, pour aller ensuite épuiser sa force vive sur un plan incliné, en descendre par sa gravité, rentrer dans le même tube et retourner à sa place avec des vitesses de 28 à 38 kilomètres à l'heure. »

M. Chameroy annonce qu'il a terminé un spécimen de son nouveau *système de locomotion par l'air comprimé*, et exprime le désir que MM. les Commissaires qui ont été chargés de rendre compte à l'Académie de ce système de locomotion, veuillent bien faire connaître le jour où ils pourront assister aux expériences qui doivent être faites en leur présence.

M. le général **Dembinski** demande que la Commission à l'examen de laquelle a été renvoyé son Mémoire sur les *chemins de fer atmosphériques* veuille bien, dans le cas où elle jugerait des explications orales nécessaires pour l'intelligence de quelques parties de ce Mémoire, lui fixer le jour où elle pourra l'entendre.

Ces trois Lettres sont renvoyées à l'examen de la Commission précédemment désignée.

M. **Zotof** adresse de Saint-Pétersbourg une Note ayant pour titre : *La vie, le sommeil et la mort;* l'auteur désire que cette Note soit communiquée à la Commission chargée de décerner le prix sur la question des morts apparentes, prix pour lequel il ne se propose point d'ailleurs de concourir.

L'Académie reçoit le dépôt de quatre paquets cachetés, présentés par MM. **Fizeau** et **Foucault**, par M. **Germain**, par M. **Lapointe** et par M. **Launoy**.

La séance est levée à 5 heures. A.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu, dans cette séance, les ouvrages dont voici les titres:

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie royale des Sciences; 2e semestre 1844; n° 23; in-4°.

Annales de la Chirurgie française et étrangère; novembre 1844; in-8°.

Annales maritimes et coloniales; novembre 1844; in-8°.

Histoire naturelle des îles Canaries; par MM. WEBB *et* BERTHELOT; 77e livraison; in-4°.

Translation des restes mortels de BROUSSAIS *au Val-de-Grâce, le* 13 *juin* 1844; *inauguration de son buste et de celui de* LARREY *à l'Hôpital militaire d'instruction de Lille, le même jour;* 1 feuille in-8°.

Annales scientifiques, littéraires et industrielles de l'Auvergne; tome XVII; janvier à avril 1844; in-8°.

De la Poudre à canon, et de son introduction en France; par M. LACABANE; broch. in-8°.

Économie médicale. (Extrait de la *Gazette médicale de Montpellier.*) ½ feuille in-8°.

Journal de Chimie médicale; décembre 1844; in-8°.

Annales des Maladies de la peau et de la Syphilis; par M. CAZENAVE; octobre 1844; in-8°.

La Clinique vétérinaire; décembre 1844; in-8°.

Journal de Pharmacie et de Chimie; décembre 1844; in-8°.

Journal de Médecine; décembre 1844; in-8°.

Annales de Thérapeutique médicale et chirurgicale, et de Toxicologie; par M. ROGNETTA; n° 9; in-8°.

Histoire naturelle générale et particulière des Insectes névroptères. — Seconde Monographie: famille des Éphémérides; par M. PICTET; livr. 5, 6, 7. Genève, in-8°.

Annales des Travaux publics de Belgique; 2 vol. in-8°. Bruxelles, 1843 *et* 1844; in-8°.

First Report... *Premier Rapport de la Commission chargée par le Gouvernement de faire une enquête sur l'état hygiénique des grandes villes et des districts populeux de l'Angleterre et du pays de Galles;* Ier et IIe vol., in-8°. Londres, 1844.

Magnetische... *Observations magnétiques et météorologiques de Prague, pu-*

bliées par M. KREIL, astronome adjoint; 4e année; d'août 1842 au 3 décembre 1843; 1 vol. in-4°.

Versuch... *Recherches d'une base objective de notre connaissance des trois dimensions de l'espace; par* M. B. BOLZANO. Prague, 1843; in-4°.

Mittlere... *Lieux moyens de 12000 Étoiles fixes pour le commencement de l'année* 1836, *déduits des observations de l'observatoire de Hambourg; par* M. CARL RUMKER; in-4° oblong. (Hambourg.)

Astronomische... *Nouvelles astronomiques de* M. SCHUMACHER; n° 521; in-4°.

Bersuch einer... *Chimie physiologique générale; par* M. MULDER, 1re, 2e, 3e et 4e livr. Brunswick, 1844; in-8°.

Giornale... *Journal des Observations faites en Égypte, en Syrie et en Nubie, par* M. J.-B. BROCCHI; ouvrage posthume, imprimé et publié par M. ROBERTI. Bassano, 1841-1843; 5e vol. in-8°, avec un cahier de planches in-8°.

Effemeridi... *Éphémérides astronomiques de Milan pour l'année* 1845, *calculées par* M. l'abbé JEAN CAPELLI *et* M. C. BUZZETTI. Milan, 1844; in-8°.

Di una estenzione... *Sur une extension à la Théorie du mouvement de l'eau dans les vases; par* M. G. PIOLO. Milan, 1843; in-8°.

Sulla legge... *Sur la Loi de la permanence des molécules des fluides en mouvement sur des surfaces libres; par* le même. Milan, 1843; in-8°.

Gazette médicale de Paris; n° 49; in-4°.

Gazette des Hôpitaux; nos 141 à 143; in-fol.

L'Écho du Monde savant; nos 42 et 43.

OBSERVATIONS MÉTÉOROLOGIQUES. — NOVEMBRE 1844.

JOURS du MOIS.	9 HEURES DU MATIN. BAROM. à 0°.	THERM. extér.	HYGROM.	MIDI. BAROM. à 0°.	THERM. extér.	HYGROM.	3 HEURES DU SOIR. BAROM. à 0°.	THERM. extér.	HYGROM.	9 HEURES DU SOIR. BAROM. à 0°.	THERM. extér.	HYGROM.	THERMOMÈTRE. MAXIMA.	MINIMA.	ÉTAT DU CIEL A MIDI.	VENTS A MIDI.
1	743,83	+ 8,3		742,34	+10,7		740,24	+10,6		736,63	+ 8,6		+11,0	+ 5,3	Pluie fine	E.
2	734,35	+ 8,5		734,71	+12,5		734,40	+11,8		735,81	+ 8,4		+13,0	+ 7,7	Couvert	S. E.
3	737,56	+ 7,1		737,92	+ 8,6		737,94	+10,2		740,01	+ 5,1		+10,2	+ 6,5	Couvert	S. E.
4	742,18	+ 6,1		741,94	+ 7,2		741,51	+ 7,7		738,58	+ 6,4		+ 7,9	+ 4,5	Pluie fine	O. S. O.
5	735,10	+ 7,3		735,72	+ 7,4		736,50	+ 7,6		739,20	+ 6,8		+ 7,9	+ 6,8	Pluie fine	O. S. O.
6	741,60	+ 6,2		741,96	+ 8,8		741,95	+ 9,6		743,26	+ 5,2		+ 9,9	+ 3,7	Quelques éclaircies	S. S. O.
7	744,79	+ 6,9		744,49	+ 9,4		743,44	+10,9		741,55	+ 8,1		+11,0	+ 5,6	Couvert	S.
8	737,23	+ 9,8		736,72	+12,4		736,32	+12,8		739,09	+ 8,8		+13,0	+ 7,8	Couvert	S. S. E.
9	736,94	+ 9,7		736,52	+10,4		736,46	+10,8		741,01	+ 9,7		+11,1	+ 7,8	Couvert	S. fort.
10	742,88	+ 8,4		740,46	+10,4		738,92	+ 9,8		738,63	+ 8,4		+11,9	+ 6,1	Couvert	S. fort.
11	742,88	+ 7,3		743,96	+ 8,6		746,00	+ 9,3		752,52	+ 5,0		+ 9,0	+ 5,8	Couvert	S. O.
12	750,94	+ 5,5		749,04	+ 8,3		750,03	+13,1		753,74	+11,7		+13,5	+ 3,9	Pluie	S.
13	755,66	+11,5		755,36	+13,2		755,11	+12,8		757,23	+12,2		+13,0	+11,0	Couvert	S. O.
14	761,28	+12,2		762,14	+13,8		762,56	+13,6		764,56	+12,0		+14,2	+11,3	Couvert	S. O.
15	765,43	+ 8,6		764,70	+ 9,8		764,50	+11,5		764,78	+ 9,7		+11,8	+ 7,0	Vaporeux	S. O.
16	766,50	+10,8		767,37	+10,9		766,80	+11,2		767,19	+11,2		+11,8	+ 7,5	Couvert	O.
17	766,87	+11,2		766,69	+11,5		766,07	+12,3		766,35	+11,2		+12,3	+10,5	Pluie fine	O. S. O.
18	765,43	+11,7		764,98	+10,4		764,17	+ 9,7		764,12	+ 9,3		+11,7	+ 9,3	Couvert	S. E.
19	764,03	+ 8,7		763,74	+ 8,9		763,19	+ 8,7		763,44	+ 8,0		+ 9,0	+ 8,0	Couvert	S. E.
20	763,33	+ 6,4		763,15	+ 7,1		762,87	+ 8,1		764,46	+ 5,2		+ 8,0	+ 6,2	Couvert	S.
21	764,99	+ 7,4		764,84	+ 8,5		764,27	+ 9,9		763,96	+ 6,4		+10,1	+ 5,5	Brouillard	S. O.
22	761,60	+ 6,1		760,88	+ 6,8		759,70	+ 7,2		760,25	+ 4,7		+ 7,1	+ 3,3	Couvert	N. E.
23	760,14	+ 3,8		759,47	+ 5,4		759,16	+ 6,4		758,84	+ 3,2		+ 6,1	+ 3,0	Beau	N. N. E.
24	756,61	+ 2,0		755,68	+ 2,4		755,18	+ 2,5		755,46	+ 2,9		+ 2,8	+ 1,0	Couvert	N. O.
25	758,23	+ 2,8		758,50	+ 4,8		759,00	+ 5,4		761,12	+ 4,2		+ 5,4	+ 2,5	Couvert	O. S. O.
26	765,04	+ 2,3		765,34	+ 5,9		765,71	+ 6,2		767,03	+ 2,9		+ 6,4	+ 1,3	Très-nuageux	O. S. O.
27	767,44	— 1,3		767,95	— 0,2		765,73	+ 1,2		765,17	+ 1,2		+ 1,7	— 2,3	Brouillard très-épais	O. S. O.
28	762,08	+ 0,4		761,09	+ 0,4		760,60	+ 0,3		759,32	+ 0,1		+ 0,4	+ 0,3	Brouillard	S. S. E.
29	757,08	— 0,2		757,16	+ 0,8		757,00	+ 1,2		757,72	+ 2,7		+ 2,7	— 0,4	Couvert, léger brouillard	S. O.
30	757,61	+ 1,8		757,47	+ 1,4		757,60	+ 1,0		758,75	+ 0,7		+ 1,9	+ 0,7	Couvert	N. N. O.
1	739,65	+ 7,8		739,28	+ 9,8		738,77	+10,2		739,38	+ 7,6		+10,7	+ 6,2	... Moy. du 1er au 10	Pluie en centimètres.
2	760,23	+ 9,4		760,11	+10,3		760,13	+11,0		761,84	+ 9,5		+11,4	+ 8,1	... Moy. du 11 au 20	Cour.. 6,691
3	761,08	+ 2,5		760,84	+ 3,6		760,40	+ 3,5		760,76	+ 2,9		+ 4,5	+ 1,5	... Moy. du 21 au 30	Terr.. 5,980
	753,65	+ 6,6		753,41	+ 7,9		753,10	+ 8,3		753,99	+ 6,7		+ 8,9	+ 5,3	... Moyenne du mois...... + 7°,1	